

O Uso de Algoritmos Genéticos Para Solução De Problemas de Alocação Dinâmica.

Autoria: Marco Antonio Cunha de Oliveira, Luiz Felipe Jacques da Motta

Resumo.

A alocação de carteiras de investimentos de longo prazo tem sido uma das questões fundamentais em finanças. Ao mesmo tempo temos presenciado um crescente papel dos indivíduos em suas decisões de alocação de recursos.

Geralmente, sob premissas realistas, o problema de alocação dinâmica de longo prazo requer o uso de métodos numéricos para solução.

O presente artigo aplica um algoritmo genético para a solução do problema de alocação dinâmica com fluxos periódicos, como tipicamente seria o caso de um fundo de contribuição definida.

Sob a premissa de que o investidor toma decisões pela maximização da utilidade esperada de sua riqueza final, o problema é formulado e comparado a um caso que possui solução analítica, tomado como *benchmark*. A solução por algoritmos genéticos apresentou grande precisão, motivando sua aplicação em problemas onde não existem soluções analíticas ou de difícil solução por outros métodos numéricos.

1. Introdução.

O problema de como alocar ativos eficientemente tem sido uma das questões fundamentais em Finanças, e o desenvolvimento da Moderna Teoria de Carteiras foi de tal importância para os Mercados de Capitais como hoje conhecemos, que valeu a dois pesquisadores da área, Harry Markowitz e William Sharpe, o Prêmio Nobel de Economia de 1990¹.

Em geral o processo de investimentos pode ser dividido em etapas. Para este trabalho será considerada a divisão em duas etapas: na primeira, a partir das expectativas de retorno, risco e correlações entre as classes de ativos, a alocação de recursos (*Asset Allocation*) compreende a decisão de que classes de ativos considerar e qual montante dedicar a cada uma, dados os objetivos e restrições do investidor; na etapa seguinte, é implementada a seleção dos administradores para cada classe de ativos, ou a compra dos títulos diretamente pelo investidor.

Este trabalho concentrará sua atenção na primeira fase da administração de investimentos, a alocação de recursos, considerada a decisão mais importante a ser tomada pelo investidor (Sharpe, 1990).

Reamer (1998) aponta as forças de mudança na indústria de investimentos como *Consolidation, Globalization e Retailization*, esta última caracterizando a crescente tendência de investidores individuais e famílias nos Estados Unidos tomarem uma postura ativa no direcionamento de seus recursos, incluindo ativos de aposentadoria. Reid (2000) analisando a indústria de fundos mútuos nos Estados Unidos argumenta sobre a crescente disponibilidade e participação em planos de contribuição definida nos anos 80 e 90, e que estes tipos de planos colocam a responsabilidade da administração da poupança de aposentadoria com o investidor individual.

Do ponto de vista do investidor a alocação de recursos envolve duas riquezas distintas, sua riqueza financeira atual e sua riqueza humana, decorrente da capacidade de gerar fluxos financeiros futuros. Este é portanto um problema de alocação multiperiódica, tipicamente equacionado pela maximização da utilidade esperada para a obtenção da política de

investimento ótima. Sob determinadas condições o problema permite solução analítica, e caso estas condições não sejam observadas são empregados métodos numéricos para analisar as políticas de investimento decorrentes da especificação desejada.

Os algoritmos genéticos são uma ferramenta do campo de inteligência computacional, baseados no conceito de *survival of the fittest*, para solução de problemas de otimização em espaços amplos com pouco entendimento (Dawid, 1999).

Neste contexto, este trabalho utiliza um algoritmo genético para solução do problema de alocação de recursos multiperíodica na presença de capital humano. De forma a ter um *benchmark* para avaliação dos resultados é avaliado um caso onde existe a solução analítica.

O artigo é desenvolvido nas seguintes etapas: na segunda parte é apresentado o problema de alocação num contexto dinâmico; na parte três é formulado o problema para solução por algoritmos genéticos; na quarta parte é implementada a solução e comparada com o resultado para o qual existe solução analítica; e finalmente as conclusões do trabalho.

2. A Alocação de Carteiras num Processo Multiperíodico.

Segundo Barberis (2000) as três formas de formular o problema de portfólio são:

- i) *Buy and Hold*, no qual o indivíduo aloca inicialmente e não mais movimenta sua carteira;
- ii) Alocação míope, quando o portfólio é restabelecido para a mesma alocação inicial em cada data de revisão;
- iii) E finalmente, a estratégia que restabelece a alocação ótima em cada data de revisão (alocação dinâmica).

Este problema tem seu equacionamento pela decisão das alocações nos diferentes ativos que maximizem a utilidade esperada da riqueza final do investidor (W_f). A adoção de funções com aversão relativa a risco constante (CRRA) tem sido o padrão nos trabalhos de alocação, seja pela sua adequação a determinadas características do mercado (Campbell e Viceira, 2002), ou devido a esta função apresentar resultados independentes do nível de riqueza.

$$\begin{array}{ll} \text{Maximize } E[U(W_f)] & \text{p / } U(W_f) = (W_f^{(1-\gamma)}) / (1-\gamma) \quad ; \quad \gamma \neq 1 \text{ Power} \\ & U(W_f) = \ln(W_f) \quad ; \quad \gamma = 1 \text{ Logarítmica} \end{array}$$

Onde: γ é a aversão à risco do investidor

Esta formulação, que será utilizada no trabalho, é adotada em Jagannathan e Kocherlakota (1996), Barberis (2000), e Franke, Peterson e Stapleton (2002). Alternativamente, este problema tem sido formulado pela maximização de uma função de utilidade do consumo ao longo do tempo (vide por exemplo Campbell et al., 1999 e Campbell e Viceira, 2002).

Trabalhos de Merton e Samuelson demonstram que se os retornos são independentes e identicamente distribuídos, um investidor com aversão relativa a risco constante que aloca seu portfólio otimamente, deve restabelecer a mesma alocação na data de revisão a despeito do horizonte de tempo (Barberis, 2000; Franke, Peterson e Stapleton, 2002). Desde então, este problema tem recebido uma grande atenção em trabalhos acadêmicos sob o tema de diversificação no tempo.

Para dois ativos, um ativo livre de risco cujo logaritmo dos retornos tem média r_f e uma renda variável cujo logaritmo dos retornos tem distribuição com média r_v e desvio σ

existe uma solução analítica para o problema (na ausência de riqueza de trabalho), dada por $\alpha = (\mu + \sigma^2/2) / (\gamma * \sigma^2)$ (Campbell e Viceira, 2002), onde α é a alocação em renda variável, μ é o retorno logarítmico em excesso da renda variável, e γ é a aversão à risco do investidor.

Quando o problema em análise não se enquadra nas condições necessárias para a solução analítica, o problema de alocação dinâmica tipicamente envolve a otimização no último período efetuando o caminho de volta até o início, de acordo com o princípio de otimização de Bellman (Barberis, 2000; Franke, Peterson e Stapleton, 2002).

2.1 A Alocação com Riqueza Humana.

Quando é adicionado ao problema a possibilidade de novos fluxos ao longo do tempo, como por exemplo num processo de contribuição definida onde existem futuras contribuições da renda de trabalho, o investidor deve escolher a cada período quanto alocar em renda variável e renda fixa, levando em consideração os fluxos futuros, alterando a formulação do problema.

A consideração neste caso é de que o indivíduo possui dois tipos de riqueza: a primeira representada pela sua riqueza financeira acumulada (*financial wealth* = W_t); e a segunda pelo valor presente dos seus rendimentos futuros (*human wealth* = H_t). A existência de outras rendas que não só a financeira, como a renda do trabalho, tende a substituir a alocação em ativos de renda fixa na carteira do investidor (Jagannathan e Kocherlakota, 1996; Campbell e Viceira, 2002; e Franke, Peterson e Stapleton, 2002).

Se os salários não apresentam risco, estes podem ser trazidos a valor presente pela taxa livre de risco para determinar H_t , uma vez que são equivalentes a uma aplicação no ativo livre de risco. Desta forma, a solução analítica para a alocação ótima em ações na presença de renda de trabalho é dada por :

$$\alpha_t = (\mu + \sigma^2/2) / (\gamma * \sigma^2) * (1 + H_t/W_t) ; [1] \quad (\text{Campbell e Viceira, 2002})$$

Assim, a fração da riqueza financeira de um indivíduo otimamente alocada em ações deve diminuir com o tempo. Primeiro pelo fato de que a riqueza do capital humano em relação à sua riqueza total diminui à medida que a pessoa envelhece (Jagannathan e Kocherlakota, 1996; Campbell e Viceira, 2002; Bodie, 2003). E em segundo, se trabalhadores jovens têm mais oportunidades de alterar sua oferta de trabalho do que investidores mais velhos, o percentual em ações deve diminuir com a idade, na medida em que os jovens podem aumentar sua oferta de trabalho para compensar perdas financeiras (Bodie, 2003).

Lee e Hanna (1995) apuram para o mercado americano que o portfólio financeiro médio é uma parcela pequena da riqueza total, definida como riqueza financeira e riqueza humana, o que justificaria racionalmente alocações em renda variável para indivíduos não aposentados.

Novamente, se as condições do problema não se enquadram nas necessárias para a solução analítica são utilizadas aproximações numéricas para resolução do problema. Por exemplo, Franke, Peterson e Stapleton (2002) empregam um processo binomial bivariado para analisar as consequências de incertezas na renda sobre a alocação ótima.

Quando as dimensões do problema a ser resolvido, ou restrições adicionais impostas, tornam o problema de difícil resolução, outras possibilidades de solução são abordadas na literatura, como em Brandt, Goyal e Santa-Clara (2001) ou Brandt e Santa-Clara (2002).

A alternativa de solução apresentada neste trabalho vai no mesmo caminho de Gomme (1997) e Baglioni et al. (2000), que utilizam um processo de inteligência computacional para a solução do problema.

3. Os Algoritmos Genéticos e sua Aplicação na Solução da Alocação Dinâmica.

Os algoritmos genéticos foram desenvolvidos por Holland em 1975 como uma ferramenta de inteligência computacional para solução de problemas de otimização em espaços amplos com pouco entendimento (Dawid, 1999). Na classe de algoritmos de otimização estocástica, os algoritmos genéticos tem sua aplicação em problemas cuja função objetivo não é diferenciável, com muitos ótimos locais, e grande número de parâmetros ou configurações dos parâmetros (Gomme, 1997).

Usualmente o algoritmo se desenvolve a partir de uma população inicial aleatória codificada em *strings* binários, onde cada *string* representa uma possível solução para o problema. Cada *string* recebe um valor de *fitness* correspondente a sua performance em termos da função objetivo e a seguir são aplicados os operadores genéticos de seleção, *crossover* e mutação de forma a evoluir a população. Dado um critério de finalização, obtém-se os valores que otimizam a função objetivo.

```

BEGIN
    Create initial population  $P_0$ 
    WHILE NOT stopping condition DO
        Apply genetic operators to generate  $P_t$  from  $P_{t-1}$ 
        Check stopping condition
    END
END
```

(Dawid, 1999)

Com o objetivo de elucidar o procedimento executado, uma sucinta descrição dos operadores genéticos utilizados é apresentada a seguir:

Seleção- este operador seleciona os elementos da população atual a serem escolhidos para compor uma população intermediária com base no seu *fitness*, determinado a partir da função objetivo do problema;

Crossover- com uma probabilidade estabelecida (probabilidade de *Crossover*), elementos da população intermediária selecionados são cruzados para a formação de novos elementos da próxima população;

Mutação- com uma probabilidade estabelecida (probabilidade de mutação), os elementos da população intermediária sofrem uma inversão em seus bits (0 para 1, ou 1 para 0), de forma a introduzir diversidade na procura.

Gomme (1997) utiliza a programação evolucionária para solução da otimização dinâmica utilizando somente o operador de mutação, sendo este um caso especial dos algoritmos genéticos. A conclusão é de que, dependendo do problema, a programação evolucionária permite obter uma alta precisão e com tempo de execução menor de que a iteração da equação de Bellman.

Baglioni et al. (2000) empregam algoritmos genéticos para o problema de alocação multiperódica de investidores institucionais, uma vez que este pode se tornar não linear quando restrições diversas são impostas aos problemas.

Este artigo vai no mesmo sentido de Baglioni et al. (2000) e utiliza um algoritmo genético com os operadores de seleção, *crossover* e mutação para a solução do problema de alocação de longo prazo na presença de renda não financeira.

De forma a ter um *benchmark* para avaliação dos resultados é utilizada uma função objetivo com utilidade *Power* sobre a riqueza final, tornando os resultados comparáveis à resolução analítica na presença de capital humano (H_t).

Função Objetivo Maximize $E[W_T^{(1-\gamma)} / (1-\gamma)]$

Onde W_T é a riqueza ao final do período de capitalização, e γ é a aversão à risco do investidor.

São supostos dois ativos, um ativo livre de risco e uma renda variável, cujos parâmetros serão considerados constantes ao longo do tempo, embora seja possível a solução sem esta consideração. Portanto, a riqueza financeira evolui de acordo com o seguinte desenvolvimento (similar a Jagannathan e Kocherlakota, 1996) :

$$W_t = W_{t-1} * (\alpha_{t-1} * (v - f) + f) + A_t; \quad \text{para } t < T$$

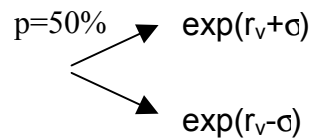
$$W_T = W_{T-1} * (\alpha_{T-1} * (v - f) + f)$$

Para dado W_0

Onde v e f são as rentabilidade da renda variável e da renda fixa, respectivamente.

Ou seja o investidor escolhe a cada período de avaliação sua alocação em renda variável α_t , de forma a maximizar a utilidade esperada da riqueza final, e conhecendo previamente os futuros aportes na carteira A_t . No último período não há aporte adicional.

De forma a ser compatível com a parametrização da solução analítica, é utilizada a árvore binomial desenvolvida em Dempsey (2002) para a evolução da renda variável, cujo logaritmo dos retornos $(1+r)$ tem média, r_v e desvio σ . Assim os movimentos da árvore binomial representativa da renda variável são dados por: $\exp(r_v + \sigma)$ e $\exp(r_v - \sigma)$, com 50% de probabilidade de alta ou queda.



O retorno periódico esperado para a renda variável é dado por: $\exp(r_v + \sigma^2/2) - 1$ (Dempsey, 2002), e a renda fixa é suposta ter um retorno logarítmico constante r_f .

Desta forma, a árvore final (não recombinante), representativa do patrimônio W_t é dada na figura 1, cujos valores finais têm a mesma probabilidade de ocorrência.

3.1 Parâmetros do Algoritmo.

O detalhamento da implementação do algoritmo genético utilizado na solução do problema de alocação dinâmica obedece aos seguintes parâmetros:

Inicialização: a população inicial é composta de 100 linhas (*strings*), cada uma correspondente a um conjunto de alocações aleatórias codificadas em valores binários de tamanho 13, por período;

Probabilidade de *Crossover*=0.6;

Probabilidade de Mutação=0.001;

Máximo de 100 evoluções.

O tamanho da população, e as probabilidades de *crossover* e mutação acima seguem os parâmetros sugeridos em Man, Tang e Kwong (1999).

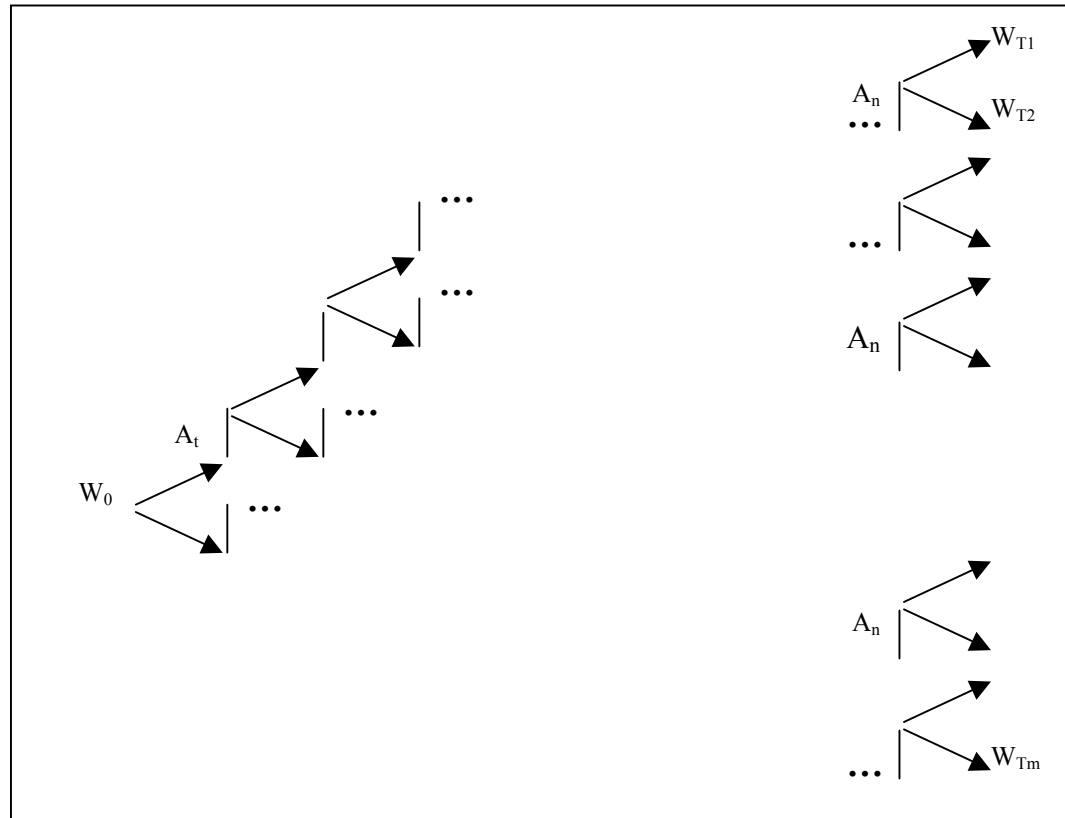
Adicionalmente, às alocações em renda variável por período resultantes da decodificação de cada *string* é ajustada uma função cúbica.

$$\text{Alocação}(t) = a_0 + a_1 * (t) + a_2 * (t^2) + a_3 * (t^3)$$

onde t é o tempo em anos até a data final

A avaliação para efeito de *fitness* é feita sobre as alocações após esta suavização. Este procedimento é inspirado na utilização dos algoritmos genéticos para a suavização de curvas, vide por exemplo em Pittman (2002), e de que a função cúbica é suficiente para ajustar a solução analítica com elevada precisão, bem como o erro total (calculado como a soma dos erros quadráticos) com esta suavização prévia foi inferior ao erro total sem o procedimento. Cabe ressaltar, que caso o resultado analítico não fosse bem representado por uma função cúbica, este procedimento precisaria ser ajustado. Estes resultados são apresentados na implementação.

Figura1: A árvore decorrente do processo binomial e fluxos periódicos.



4. Implementação e Resultados.

Para comparação dos resultados da solução por algoritmos genéticos com a solução analítica foram utilizados os seguintes parâmetros:

Prazo de Investimento: 10 anos com revisão da alocação anual;
 Riqueza Inicial: \$1000 ou \$5000;

Contribuições adicionais ao final de cada ano: \$100;

Aversão à risco: $\gamma=2$ e $\gamma=4$;

Renda Variável (*): média (r_v) = 0.1626 desvio (σ) = 0.4181

Ativo livre de risco (*): média (r_f) = 0.1302

(*) Dados anualizados correspondentes aos retornos ($\ln[1+r]$) do Ibovespa e Selic mensais em termos reais pelo IGP-di, para o período de Janeiro/1996 a Dezembro/2000 (fonte: www.ipeadata.gov.br).

O programa é implementado em Matlab.

As alocações ótimas para a solução analítica foram obtidas da seguinte forma:

No primeiro período a riqueza financeira do indivíduo W_0 (em $t=10$) é dada, e a riqueza humana H_0 (em $t=10$) é calculada como o valor presente dos seus futuros fluxos, por suposição não arriscados. Com base nestes valores calcula-se pela fórmula fechada [1], as alocações ótimas da riqueza financeira em ações (α_0) e em renda fixa ($1-\alpha_0$). Em $t=9$ a riqueza financeira esperada W_1 é obtida pela aplicação das remuneração da renda fixa ($\exp[r_f]$) e a remuneração esperada para a renda variável ($\exp[r_v + \sigma^2/2]$) com as alocações ótimas calculadas em $t=10$. A riqueza humana é calculada como o valor presente dos fluxos futuros, e novamente se aplica a fórmula [1] para obter a alocação ótima (α_1), e assim sucessivamente até o último período ($t=1$), onde não existe mais riqueza humana, e a alocação é calculada pela fórmula sem H_t .

O resultado deste procedimento para os parâmetros dos ativos como especificados, e para o caso onde: $W_0=\$1000$; salários constantes anuais $A_t=\$100$; e utilidade *Power* com $\gamma=2$ são os seguintes:

t=	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
α	0.5124	0.4638	0.4299	0.4053	0.3870	0.3731	0.3624	0.3541	0.3476	0.3424

A partir destas alocações, são feitas regressões tomando a alocação em renda variável α como termo dependente, e o prazo de investimento t como termo independente. O R^2 ajustado da regressão quadrática ($\alpha=a_0+a_1*t+a_2*t^2$) foi de 0.9895, enquanto para a regressão cúbica o R^2 ajustado foi de 0.9992. Desta forma, o modelo considera duas possibilidades de solução por algoritmos genéticos: na primeira as alocações são avaliadas para efeito de *fitness* a partir de seus valores diretamente obtidos da população em análise; na segunda o *fitness* é calculado tomando por base as alocações após ajustadas por uma regressão cúbica.

As figuras 2 a 5 apresentam os gráficos comparativos das alocações pela solução analítica e pelo algoritmo genético. A tabela 1 apresenta a soma do erro quadrático ($\text{erro}=\text{soma}_t[\text{alocação analítica}_t - \text{alocação pelo algoritmo}_t]^2$) para a solução quando suavizada pela função cúbica ou não.

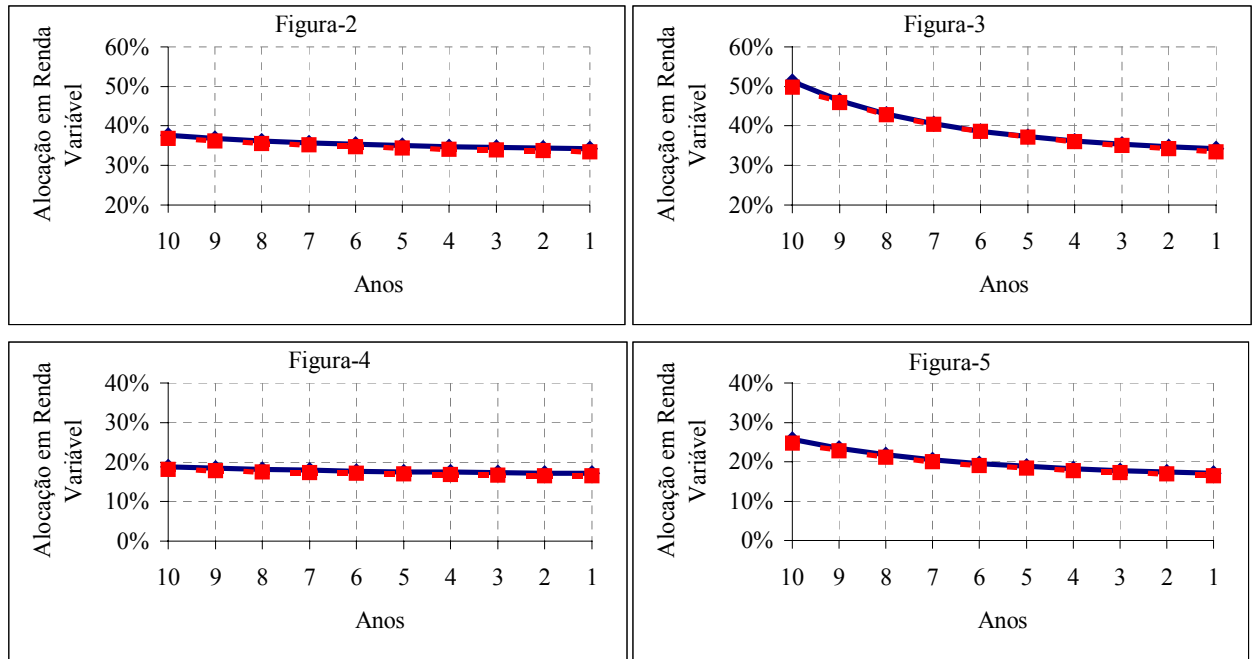
Em relação ao padrão de comportamento das alocações em renda variável, visualiza-se que estas se reduzem à medida que aumenta a aversão à risco, como esperado (figuras 2 e 3 versus figuras 4 e 5).

Na medida em que cresce a riqueza financeira W_t (figuras 2 e 4 versus figuras 3 e 5), perde importância relativa a riqueza humana H_t , e o indivíduo se comporta mais próximo a uma alocação constante.

$$\alpha_t = (\mu + \sigma^2/2) / (\gamma * \sigma^2) * (1 + H_t/W_t) \Rightarrow \alpha_t = (\mu + \sigma^2/2) / (\gamma * \sigma^2)$$

Com base nos gráficos podemos verificar que os resultados são extremamente próximos ao obtidos pela solução analítica, motivando sua utilização à problemas cujo tratamento não permita uma solução fechada, ou de difícil implementação por métodos numéricos, como: funções de utilidade sem aversão relativa à risco constante, e que portanto dependem do nível de riqueza; problemas que considerem imposto sobre ganhos de capital; ou formulações onde também as rendas futuras são arriscadas.

Figuras 2 a 5- Resultados Comparativos da Alocação Dinâmica



As figuras 2 e 3 correspondem a aversão a risco $\gamma=2$, e as figuras 4 e 5 $\gamma=4$; As figuras 2 e 4 têm como patrimônio inicial $W_0= \$5000$, e as figuras 3 e 5 patrimônio inicial $W_0= \$1000$. As linhas contínuas correspondem a solução analítica, enquanto as pontilhadas com símbolo de quadrado correspondem a aproximação pelo algoritmo genético com suavização.

Tabela 1: Erro quadrático da solução por algoritmo genético, com suavização cúbica (*) e sem considerar a suavização (**).

Aversão à risco	$W_0=5000$	$W_0=1000$
$g=2$ (*)	0.00046	0.00040
(**)	0.02485	0.00116
$g=4$ (*)	0.00056	0.00041
(**)	0.00597	0.00990

5. Conclusão.

O trabalho tratou da solução do problema de alocação multiperíodica de um investidor com riqueza humana e financeira, como seria o caso de um plano de contribuição definida. Foi utilizado um algoritmo genético com interpolação cúbica para suavização das alocações previamente a avaliação do *fitness*.

De forma a ter um *benchmark* para avaliação dos resultados foi analisado o caso de uma função com aversão relativa a risco constante, para o qual existe uma solução fechada.

Os resultados obtidos pelo algoritmo se mostraram bastante próximos à solução analítica, e o erro total (medido pela soma dos quadrados dos erros), se mostrou inferior ao erro total quando a suavização cúbica não é empregada. Cabe ressaltar que no caso em estudo a solução analítica foi previamente testada pelo ajuste cúbico.

Face aos bons resultados obtidos, o processo motiva sua aplicação a problemas cujo tratamento não permita uma solução analítica, ou de difícil implementação por métodos numéricos.

Referência Bibliográfica

BAGLIONI, Stefania, PEREIRA, Célia C., SORBELLO, Dario, TETTAMANZI, Andrea G. An Evolutionary Approach to Multiperiod Asset Allocation. In: *Proceedings of EUROGP2000*.

BARBERIS, Nicholas. Investing for the Long Run when Returns Are Predictable. *Journal of Finance*. Vol.LV.n.1, February 2000.

BODIE, Zvi. Thoughts on the Future: Life-Cycle Investing in Theory and Practice. *Financial Analysts Journal*. Vol.59 N.1, January/February 2003.

BRANDT, Michael W., GOYAL Amit, SANTA-CLARA, Pedro. Dynamic Portfolio Choice: A Simulation Approach. In: *www.ssrn.com*, May 2001.

BRANDT, Michael W., SANTA-CLARA, Pedro. Dynamic Portfolio Selection by Augmenting the Asset Space. Working Paper, December 2002.

CAMPBELL, John Y., COCCO, João F., GOMES, Francisco J., MAENHOUT, Pascala J. Investing Retirement Wealth ? A Life-Cycle Model. *Harvard Institute of Economic Research*, Discussion Paper n.1896. March 1999.

CAMPBELL, J., VICEIRA, L. *Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for Long-Term Investors*. Clarendon Lectures in Economics. Oxford University Press, 2002.

DAWID, H. *Adaptive Learning by Genetic Algorithms*. 1999. 2nd.ed. Berlin, Springer-Verlag.

DEMPSEY, Michael J. The Nature of Market Growth, Risk, and Return. *Financial Analysts Journal*. Vol.58. n.3 May, June 2002.

FABOZZI, Frank J., GUPTA, Francis, MARKOWITZ, Harry M. The Legacy of Modern Portfolio Theory. *The Journal of Investing*, Fall 2002. pp7-22.

FRANKE, Guenter, PETERSON, Sandra, STAPLETON, Richard C. Long Term Portfolio Choice Given Uncertain Personal Savings. In: *www.ssrn.com*, June 2002.

GOMME, Paul. Evolutionary Programming as a Solution Technique for the Bellman Equation. *Federal Reserve Bank of Cleveland*, Working Paper 9816, October 1997.

JAGANNATHAN, Ravi, KOCHERLAKOTA, Narayana R. Why Should Older People Invest Less in Stocks Than Younger People ? *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*. Vol.20 n.3, Summer 1996.

LEE, Hye K. HANNA, Sherman. Investment Portfolios and Human Wealth. *Financial Counseling and Planning*, Vol.6, 1995.

MAN,K.F., TANG,K.S., KWONG,S. *Genetic Algorithms*. Springer-Verlag London, 1999.

PITTMAN, Jennifer. Adaptive Splines and Genetic Algorithms. *Journal of Computational and Graphical Statistics*. Vol.11, n.3.,2002.

REAMER, Norton H. Management Strategies for Large Organizations. In: *The Future of Investment Management*. ICFA Continuing Education, Association for Investment Management and Research, 1998.

REID, Brian. The 1990s: A Decade of Expansion and Change in the U.S. Mutual Fund Industry. *Perspective, Investment Company Institute*, July 2000. In: www.ici.org.

SHARPE, William F. Asset Allocation. In: MAGINN, J., TUTTLE, D. *Managing Investment Portfolios-A Dynamic Process*. 2nd.Edition, 1990. Warren, Gorham & Lamont.

Notas:

1-Em <www.nobel.se>.