

# **A Relevância do Dólar como Fator na Projeção de Risco em Carteiras de Renda Variável.**

Autoria: Marco Antonio Cunha de Oliveira, Antonio Carlos Figueiredo

## **Resumo**

A projeção da matriz de covariâncias para ações negociadas em bolsa é tarefa fundamental para diversos segmentos do mercado financeiro, como administradores de carteiras e gestores de risco. Para verificar se a adição do fator Dólar permite melhor projeção da matriz de covariâncias é utilizado o teste *out of sample* empregado em Chan, Karceski e Lakonishok (1999) e em Jagannathan e Ma (2002).

Desde a desvalorização do Real frente ao Dólar, em Janeiro de 1999, tem existido a sensibilidade dos movimentos do mercado de ações à variação da moeda americana, podendo ser sentida tanto a nível de ações individuais, quanto ao nível de setores.

Entretanto, quando o teste *out of sample* é realizado, o modelo considerando o índice de mercado e o Dólar como fatores não apresenta resultado sensivelmente superior ao modelo que apenas considera o índice de mercado como fator. Cabe ressaltar que ambos os modelos de um e dois índices permitiram obter carteiras *out of sample* com risco inferior ao obtido pela matriz completa e pela divisão de pesos igualmente entre ativos.

## **1. Introdução.**

A projeção de risco de carteiras formadas por ativos de renda variável é de interesse para uma grande quantidade de problemas em finanças, como a gestão de carteiras e o cálculo de *Value At Risk*.

Sob o ponto de vista da gestão de carteiras, para se determinar os portfólios na fronteira eficiente são necessárias projeções de retorno e da matriz de covariância.

Desde Janeiro de 1999, quando houve a desvalorização do Real frente ao Dólar, tem existido a sensibilidade dos movimentos do mercado de ações à variação da moeda americana. De fato, como será verificado no trabalho, quase metade das ações selecionadas apresentaram um coeficiente de regressão ao fator dólar significativo ao nível de 5%.

Neste sentido, este artigo testa se a adição do dólar como um fator de risco permite melhorar as projeções da matriz de covariância, comparativamente à matriz completa e a matriz calculada a partir do modelo de um índice. É realizado o teste para projeção *out of sample*, seguindo a metodologia empregada em artigos publicados recentemente para o mercado americano.

Os testes *out of sample* separam a amostra em duas partes. A primeira é utilizada para estimar os modelos propostos, cujos resultados são aplicados na segunda parte para verificar as respectivas capacidades de previsão.

O trabalho será desenvolvido nas seguintes etapas: na segunda parte é apresentado o conceito de Fronteira Eficiente; na terceira parte, os diferentes modelos de cálculo da matriz de covariâncias e o uso dos testes *out of sample* em pesquisas anteriores; na quarta parte é discriminada a amostra para os testes; na quinta parte é verificada a importância do fator dólar na regressão linear com dois fatores; na sexta parte é feito o teste *out of sample* para verificar a capacidade de projeção dos diferentes modelos propostos; e por último conclusões do trabalho.

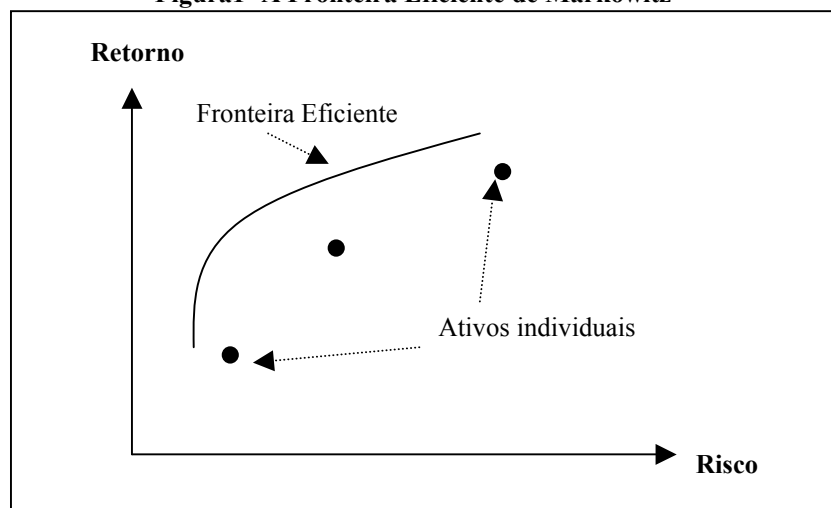
## 2. A Determinação de Portfólios Ótimos pela Fronteira Eficiente.

No artigo clássico em finanças “*Portfolio Selection*”, Markowitz (1952) lança as bases para a Moderna Teoria de Carteiras. Calçado no binômio retorno (média) versus risco (desvio-padrão dos retornos), Markowitz estabelece a Fronteira Eficiente como o lugar geométrico das carteiras que para um dado risco têm o maior retorno possível, ou para um dado retorno o menor risco possível.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i * X_j * \sigma_{ij} \text{ (risco da carteira)} \\ &\text{Sob/ } \sum_{i=1}^n X_i * E[R_i] = E[R_p] \quad \text{(retorno da carteira)} \\ &\sum_{i=1}^n X_i = 1 \quad \text{(soma dos recursos)} \end{aligned}$$

onde:  $X_k$  = percentual da carteira alocada ao ativo k;  
 $E[R_k]$  = retorno esperado do ativo k;  
 $\sigma_{kz}$  = covariância entre os retornos dos ativos k e z;  
 $\sigma_{kk} = \sigma_k^2$  = variância dos retornos do ativo k.

Figura1- A Fronteira Eficiente de Markowitz



Desde então uma extensa bibliografia tem sido dedicada ao problema da fronteira eficiente sob diversos aspectos. Da mesma forma, diversas têm sido as aplicações decorrentes da Moderna Teoria de Portfólios (Fabozzi, Gupta e Markowitz, 2002).

A escolha de carteiras com base em dois parâmetros, média e desvio-padrão, pode ser justificada de três formas: os retornos dos ativos apresentam distribuição normal; o investidor tem uma função de utilidade quadrática; ou, do trabalho de Merton de que num curto período de tempo a utilidade quadrática aproxima outras funções de utilidade (Grinold e Kahn, 1995, p.75).

Para determinação das carteiras ditas eficientes, são necessárias estimativas de retorno, variâncias e covariâncias para os ativos. Chopra e Ziemba (1993) determinam que erros nas estimativas de retornos tem impacto maior na determinação da fronteira do que erros nas variâncias e covariâncias.

### 3. Estimativas da Matriz de Covariâncias.

Serão abordados três modelos de cálculo da matriz de covariâncias: o modelo completo (*Full*); o modelo de 1 índice (*Single Index Model*); e o modelo de múltiplos índices ou fatores (*Multi-Index Model*). As referências aos modelos podem ser obtidas em Elton e Gruber (1995) ou Jorion (1998).

Para construção da matriz de covariâncias no modelo completo, dados  $n$  ativos, é necessário calcular  $n$  variâncias (diagonal principal), e  $n*(n-1)/2$  covariâncias dos pares de ativos (fora da diagonal), com base nos retornos históricos.

**Figura2- A Matriz de Covariâncias**

$\sigma_1^2$	$\sigma_{12}$	$\sigma_{1n}$
$\sigma_{21}$	$\sigma_2^2$	$\sigma_{2n}$
$\sigma_{n1}$	$\sigma_{n2}$	$\sigma_n^2$

O modelo de 1 índice (SIM) reduz o número de cálculos pelo estabelecimento da regressão tomando o índice de mercado como variável independente.

$$R_i = \alpha_i + \beta_i * R_m + \xi_i$$

Onde:  $R_i$  = retorno do ativo;

$R_m$  = retorno do mercado;

$\alpha_i$  e  $\beta_i$  coeficientes linear e angular da regressão, respectivamente;

$\xi_i = \text{Normal}(0, \sigma_{\xi_i})$ .

Supõe-se ainda que os resíduos entre ativos não são correlacionados ( $\sigma_{\xi_i, \xi_j} = 0$ ), ou que a única fonte de movimento conjunto entre as ações é devido a seu movimento com o mercado (Elton e Gruber, 1995, p.131).

A partir destas premissas, as variâncias e covariâncias podem ser calculadas por:

$$\text{Variância dos retornos do ativo } i: \sigma_i^2 = \beta_i^2 * \sigma_m^2 + \sigma_{\xi_i}^2;$$

$$\text{Covariância dos retornos dos ativos } i \text{ e } j: \sigma_{ij} = \beta_i * \beta_j * \sigma_m^2.$$

O terceiro modelo, de múltiplos fatores ou multi índices (MIM), estabelece a regressão a partir de mais de uma variável independente.

$$R_i = \alpha_i + \beta_{i1} * R_{f1} + \beta_{i2} * R_{f2} + \xi_i.$$

Onde:  $R_{f1}$  e  $R_{f2}$  são respectivamente os retornos dos fatores 1 e 2.

Da mesma forma é assumido que  $\sigma_{\xi_i, \xi_j} = 0$ . Então a matriz de covariâncias  $V$  pode ser expressa como:

$$V = B * F * B^t + \Delta \quad (\text{Grinold e Kahn, 1995, p.59})$$

Onde:  $B$  = matriz de exposição (coeficientes) dos ativos em relação aos fatores;

$F$  = matriz de covariância entre os fatores;

$\Delta$  = matriz diagonal contendo os termos  $\sigma_{\xi_i}^2$  na diagonal principal, e 0 fora dela;

$B^t$  = transposta da matriz  $B$ .

Grinold e Kahn (1995, p.49) apresentam três critérios para escolha dos fatores: eles são incisivos, sendo capazes de discriminar retornos; intuitivos, relacionados à interpretação e reconhecimento de dimensões do mercado; e interessantes, na medida que explicam parte da performance.

Connor (1995) utiliza o conceito de poder explanatório para comparar três modelos de múltiplos fatores: os fundamentalistas; estatísticos e macroeconômicos.

De posse da matriz de covariâncias  $V$  e do vetor  $X$  de pesos dos ativos numa carteira, a variância do portfólio é determinada como  $\sigma_p^2 = X^t * V * X$ . Deste modo, a partir das formulações para estabelecer a matriz de covariâncias é possível testar a capacidade prospectiva dos diferentes modelos.

### **3.1. A Utilização de Testes *Out of Sample* na Obtenção de Portfólios de Risco Mínimo.**

Na medida que a determinação do portfólio de variância mínima independe das projeções de retorno, alguns trabalhos focam diretamente na obtenção desta carteira decorrente dos diferentes modelos. Com este objetivo, Winston (1993) compara os modelos de covariância completa, diferentes modelos de betas e correlações, num teste *out of sample*. Os resultados dos modelos permitem obter portfólios com risco inferior ao índice SP-500, entretanto, o modelo de covariância completa, apesar do elevado numero de cálculos, não foi o que obteve a melhor performance. Este resultado é coerente com a observação de Farrell Jr. (1997, p.110), de que a matriz de covariância completa contém variações aleatórias que não são representativas do futuro comportamento dos ativos em questão.

No Brasil, Figueiredo et al. (2000) utilizam um teste *out of sample* para comparar os portfólios obtidos pelo modelo de Markowitz (*full*) e Sharpe (*single index*). Os autores verificam resultados mistos em relação ao retorno e Índice de Sharpe das carteiras obtidas.

Chan, Karceski e Lakonishok (1999) utilizam o teste *out of sample* para comparar diferentes modelos de projeção da matriz de covariâncias. Jagannathan e Ma (2002) utilizam a mesma metodologia para analisar o efeito da imposição de restrições sobre o peso dos ativos. Em ambos os trabalhos, os autores estão preocupados com a obtenção dos portfólios de variância mínima e de *tracking error* mínimo, medido pelo desvio em relação a um índice de referência.

## **4. Base de Dados para os Testes no Mercado Brasileiro.**

Para testar os diferentes modelos para o caso brasileiro foram coletadas variações semanais do retorno das ações de 2 de Outubro de 1998 a 20 de Setembro de 2002, totalizando 208 semanas. A escolha do período foi feita semanal de forma a se obter um número maior de observações, cujo início seja próximo a Janeiro de 1999 (desvalorização cambial).

Para as 100 empresas presentes no IBX da Bolsa de Valores de São Paulo em vigor no terceiro quadrimestre de 2002, foram selecionadas ações com base nos seguintes critérios:

- 1- São excluídas ações que não tiveram negócios todas as semanas;
  - 2- Apenas uma ação por empresa (ON ou PN), sendo escolhida a com maior peso no índice IBX. Como serão escolhidos portfólios de tamanho fixo mas com ativos aleatórios, a manutenção de apenas uma ação por empresa evita que em carteiras com pequeno número de ativos apareçam duas ações da mesma empresa.
- Após a aplicação destes critérios, um total de 57 ações são selecionadas como amostra.

A escolha do Índice IBX reside no fato de que este apresenta ponderações para o cálculo dos pesos dos ativos baseadas em seu valor de mercado (Elton e Gruber, 1995, p.131).

Os dados para as ações e índice IBX foram obtidas a partir do sistema Econômica, a composição do IBX obtida a partir do endereço eletrônico da Bolsa de Valores de São Paulo ([www.bovespa.com.br](http://www.bovespa.com.br)), e as cotações da relação US\$/R\$ a partir do endereço [www.ipeadata.gov.br](http://www.ipeadata.gov.br).

## 5. O Fator Dólar na Regressão com dois Fatores.

Desde a desvalorização do Real em relação ao Dólar norte-americano, ocorrida em Janeiro de 1999, têm existido diferentes sensibilidades dos diversos setores aos movimentos do câmbio. De fato, ao estabelecer a regressão para todo o período de análise (208 semanas), com base em dois fatores, o índice IBX e o Dólar, a exposição das ações selecionadas ao fator Dólar é significativo ao nível de 5% para quase metade da amostra (Tabela1).

$$R_i = \alpha_i + \beta_{i,IBX} * R_{IBX} + \beta_{i,US} * R_{US} + \xi_i$$

Onde:  $\beta_{i,IBX}$  e  $\beta_{i,US}$  = exposição do ativo i aos fatores IBX e Dólar;

$R_{IBX}$  e  $R_{US}$  = retornos semanais do IBX e Dólar;

Demais variáveis como definidas anteriormente.

**Tabela1- Exposições das ações aos fatores IBX e Dólar.**

		$\beta_{IBX}$		$\beta_{US}$				$\beta_{IBX}$		$\beta_{US}$	
1	ACES4	0.805	**	-0.571	**	29	GGBR4	0.988	**	0.295	*
2	AMBV4	0.785	**	0.291	*	30	GOAU4	0.876	**	0.047	
3	ARCZ6	0.914	**	1.654	**	31	ITAU4	1.024	**	-0.210	*
4	BBAS3	0.831	**	-0.380	**	32	ITSA4	1.022	**	-0.042	
5	BBDC4	1.084	**	-0.484	**	33	KLBN4	0.846	**	0.116	
6	BELG4	0.491	**	0.012		34	LIGH3	0.763	**	-1.024	**
7	BRDT4	0.859	**	-0.070		35	PCAR4	0.657	**	-0.145	
8	BRKM5	0.710	**	-0.161		36	PETR4	1.019	**	-0.150	
9	BRT04	1.051	**	-0.268	*	37	POMO4	0.368	**	0.049	
10	BRTP4	1.299	**	0.075		38	PRGA4	0.511	**	0.016	
11	CESP4	1.022	**	-0.854	**	39	PTIP4	0.733	**	-0.161	
12	CGAS5	0.821	**	-0.230		40	SBSP3	1.021	**	-0.611	**
13	CLSC6	0.919	**	-0.281	*	41	SDIA4	0.429	**	-0.129	
14	CMET4	0.936	**	0.757	**	42	TBLE3	0.269	*	-0.649	**
15	CMIG4	1.150	**	-0.104		43	TCOC4	1.513	**	-0.127	
16	CNFB4	0.811	**	-0.240		44	TCSL4	1.616	**	0.352	
17	CPCA4	0.840	**	-0.346		45	TLCP4	1.557	**	-0.146	
18	CPLE6	1.197	**	-0.281	*	46	TLPP4	0.948	**	0.085	
19	CRUZ3	0.640	**	0.467	**	47	TMCP4	1.591	**	0.061	
20	CSNA3	0.751	**	-0.240		48	TNCP4	1.570	**	0.205	
21	CSTB4	1.009	**	0.408	*	49	TNEP4	1.620	**	0.153	
22	CTNM4	0.637	**	0.191		50	TNLP4	1.432	**	0.148	
23	DURA4	0.718	**	-0.103		51	TSEP4	1.039	**	0.064	
24	EBTP4	1.090	**	0.003		52	TSPP4	1.433	**	0.165	
25	ELET3	1.197	**	0.028		53	UBBR11	1.337	**	-0.036	
26	ELPL4	0.899	**	-1.041	**	54	UNIP6	0.817	**	0.012	
27	EMAE4	0.836	**	-0.732	**	55	USIM5	0.930	**	-0.547	**
28	FFTL4	0.705	**	0.372	**	56	VALE5	0.719	**	1.027	**
						57	VCPA4	0.985	**	1.020	**

\*\* significativo a 1%

\* significativo a 5%

Das 57 ações apenas TBLE3 tem exposição ao fator IBX significativa ao nível de 5%, todas as demais apresentam exposição significativa a 1%, com exposição média a este fator de 0.959. Em relação ao fator Dólar, 16 ações apresentam exposição significativa a 1% e 7 significativa a 5%, com exposição média ao fator de 0.296. O fato de quase metade das ações terem apresentado exposição ao dólar diferente de zero, em termos estatísticos, motiva a pesquisa se a adição deste fator permite melhor projeção da matriz de covariâncias.

Em relação aos setores, segundo a classificação da Economática, destacam-se setores exportadores com exposição média positiva, bem como algumas empresas de energia com exposição média negativa ao Dólar (Tabela2).

**Tabela2: Exposição dos setores aos fatores IBX e Dólar.**

Setor	N.empresas	Média( $\beta_{IBX}$ )	Média( $\beta_{US}$ )
Alimentos e Beb	3	0.575	0.059
Comércio	1	0.657	-0.145
Energia Elétrica	9	0.917	-0.549
Finanças e Seguros	4	1.069	-0.277
Mineração	2	0.828	0.892
Papel e Celulose	3	0.915	0.930
Petróleo e Gas	4	0.858	-0.153
Química	4	0.768	-0.031
Siderur & Metalur	8	0.832	-0.105
Telecomunicações	13	1.366	0.059
Textil	1	0.637	0.191
Veículos e peças	1	0.368	0.049
Outros	4	-	-

Média aritmética das exposições aos fatores das ações integrantes do setor.

Desta forma, o fator Dólar parece atender os três critérios de Grinold e Kahn (1995): é intuitivo, incisivo, e interessante na medida que permite diferenciar e explicar parte da performance de ações e setores.

## 6. Testes *Out of Sample* da Capacidade de Projeção dos Diferentes Modelos.

Para verificar se a adição do fator Dólar permite melhor projeção da matriz de covariâncias é utilizado o teste sugerido em Chan, Karceski e Lakonishok (1999), também utilizado em Jagannathan e Ma (2002). Tomando como objetivo a determinação do portfólio de variância mínima, o seguinte processo é executado:

- 1) Ao final de cada período de 52 semanas, deslocadas de 12 semanas, são escolhidas  $n$  ações aleatoriamente (o teste será realizado para 10, 20, 30 e 40 ações escolhidas das 57 da amostra);
- 2) É calculada a matriz de covariância para cada período de 52 semanas pelos modelos: de covariância completa (*Full*); *Single Index Model (SIM)*, considerando o IBX como fator único; e o modelo com 2 fatores (IBX e Dólar) (*MIM*);
- 3) Para as diferentes matrizes é calculado o portfólio de variância mínima, cujos pesos  $X_i$  serão utilizados para estabelecer os retornos deste portfólio nas próximas 12 semanas a partir de um modelo *buy-and-hold*.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i * X_j * \sigma_{ij} \text{ (risco da carteira)} \\ &\text{Sob/ } \sum_{i=1}^n X_i = 1 \quad \text{(soma dos recursos)} \\ &\text{Limite Inferior } \leq X_i \leq \text{Limite Superior} \end{aligned}$$

- 4) Para a amostra de 208 semanas um total de 13 períodos consecutivos com 12 retornos semanais é obtido, perfazendo 156 retornos semanais por estratégia, base para o cálculo da variância do portfólio.

O teste é realizado para dois níveis de restrição: no primeiro os limites inferior e superior por ativo são fixados em  $-10$  e  $+10$  respectivamente, sugerindo uma carteira sem restrições; no segundo teste existe a restrição à venda a descoberto ( $0 \leq X_i \leq 1$ ).

O Processo é implementado em MATLAB, com base no algoritmo Gradiente de Sharpe (1978) para a otimização (detalhado em [www.stanford.edu/~wfs Sharpe](http://www.stanford.edu/~wfs Sharpe)).

O mesmo procedimento é repetido 10 vezes de forma que os resultados não estejam sendo influenciados por uma amostra específica, ao mesmo tempo que permitem o teste estatístico sobre o desvio médio para cada modelo.

Para efeito de comparação adicional, os mesmos ativos que foram escolhidos são utilizados para formar uma carteira com pesos iguais, também mantido numa estratégia *buy-and-hold* por 12 semanas.

Para o período de teste (semana 53 a semana 208) o desvio padrão do Índice IBX foi de 0.0407, o desvio padrão do Dólar foi de 0.0212, e o desvio padrão médio para as 57 ações foi de 0.0695, com um valor mínimo de 0.0439, e máximo de 0.1174.

Se a inclusão do fator Dólar melhora a capacidade de previsão da matriz de covariâncias, este deve indicar um desvio-padrão *out of sample* inferior às demais estratégias. Os resultados das médias dos desvios obtidos para cada modelo são apresentados na Tabela 3.

Observando-se os resultados da Tabela 3 verifica-se:

- 1- Os melhores resultados são obtidos pelos modelos SIM e MIM, tanto com restrição à venda a descoberto, quanto com limites mais amplos  $[-10;10]$ . Os resultados para estes modelos são melhores quanto mais ativos são possíveis de se trabalhar;
- 2- Quando os limites de investimento por ativo são amplos, o portfólio de variância mínima calculado pela matriz de covariância completa com 30 e 40 ativos chega a ser pior do que uma carteira que simplesmente divide o peso igualmente entre os ativos;
- 3- Quando a restrição à venda a descoberto é imposta, o resultado do modelo de covariância completa melhora sensivelmente, compatível com os resultados de Jagannathan e Ma (2002), entretanto, esta melhoria ainda não é o suficiente para competir com o SIM e MIM. Esta melhoria não chega a ser observada para os modelos de fatores.
- 4- Em relação às projeções da matriz de covariância pela inclusão do fator Dólar em relação ao *Single Index Model*, o que se verifica é que não existem ganhos aparentes. De fato, apenas no caso de 30 e 40 ativos é rejeitada a hipótese nula de que a diferença entre médias dos desvios para ambos os modelos é zero, ao nível de 5% (Tabela 4). Ainda assim, a redução de risco pela inclusão do fator adicional é mínima. Este resultado é coerente com as observações de Chan, Karceski e Lakonishok (1999), de que na minimização da variância, após incluir o fator dominante representado pelo índice de mercado, o incremento de informação pelos fatores adicionais é difícil de ser

captado. Esta observação entretanto, não pode ser extrapolada para o problema de minimização do *Tracking Error*.

**Tabela 3 – Resultados do Processo de Geração de Carteiras de Variância Mínima por 3 Diferentes Modelos de Obtenção da Matriz de Covariâncias.**

Número de Ativos	Modelo				Modelo			
<b>10 ativos</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>	<b>MIM</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>	<b>MIM</b>
<b>(LI;LS)</b>	(-10;10)	(-10;10)	(-10;10)	(-10;10)	(0;1)	(0;1)	(0;1)	(0;1)
<b>Desvio Médio</b>	0.0432	0.0413	0.0387	0.0388	0.0432	0.0397	0.0384	0.0384

<b>20 ativos</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>	<b>MIM</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>	<b>MIM</b>
<b>(LI;LS)</b>	(-10;10)	(-10;10)	(-10;10)	(-10;10)	(0;1)	(0;1)	(0;1)	(0;1)
<b>Desvio Médio</b>	0.0411	0.0410	0.0348	0.0348	0.0411	0.0360	0.0347	0.0347

<b>30 ativos</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>	<b>MIM</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>	<b>MIM</b>
<b>(LI;LS)</b>	(-10;10)	(-10;10)	(-10;10)	(-10;10)	(0;1)	(0;1)	(0;1)	(0;1)
<b>Desvio Médio</b>	0.0406	0.0487	0.0336	0.0334	0.0406	0.0353	0.0335	0.0334

<b>40 ativos</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>	<b>MIM</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>	<b>MIM</b>
<b>(LI;LS)</b>	(-10;10)	(-10;10)	(-10;10)	(-10;10)	(0;1)	(0;1)	(0;1)	(0;1)
<b>Desvio Médio</b>	0.0403	0.0582	0.0321	0.0320	0.0398	0.0340	0.0322	0.0322

Onde: Peso= - estratégia de manter o mesmo peso em todos os ativos selecionados aleatoriamente;  
Full - Resultados pelo cálculo da matriz de covariância completa;  
SIM - Modelo de 1 Índice (IBX);  
MIM - Modelo de 2 Índices (IBX e Dólar);  
LI e LS - Limites inferior e superior, respectivamente, impostos na otimização;  
Desvio Médio - média dos desvios-padrão obtidos para cada modelo executado 10 vezes.

A tabela4 apresenta os testes estatísticos dos resultados obtidos. Para cada número de ações e tipo de restrição quanto aos limites de alocação, é comparado cada par de possibilidades de obtenção da matriz de covariâncias. É realizado o teste t de diferença de médias para dados emparelhados.

É importante notar que a utilização dos modelos fatoriais permitiu obter carteiras com risco menor (*out of sample*) do que o Índice IBX e do que a proporcionada pela divisão igual de pesos. Quando a restrição à venda a descoberto foi imposta, também a matriz de covariância completa passou a permitir redução no risco em relação ao índice de mercado. Estas observações realçam a importância da utilização dos modelos baseados na Moderna Teoria de Carteiras na prática da Administração de Portfólios no Brasil.



**Tabela 4 –Teste t de diferença de médias de dados emparelhados, para comparação dos modelos par a par.**

**Hipótese nula:  $H_0$ - a diferença das médias dos desvios é zero.**

**Número de ativos = 10**

<b>[-10;10]</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>	<b>[0,1]</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>
<b>Full</b>	3.343	X	X	<b>Full</b>	7.161	X	X
<b>SIM</b>	6.046	6.479	X	<b>SIM</b>	7.581	4.493	X
<b>MIM</b>	5.793	6.041	-0.287	<b>MIM</b>	7.545	4.241	0.622

**Número de ativos = 20**

<b>[-10;10]</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>	<b>[0,1]</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>
<b>Full</b>	0.135	X	X	<b>Full</b>	7.580	X	X
<b>SIM</b>	11.793	14.545	X	<b>SIM</b>	15.579	3.721	X
<b>MIM</b>	11.119	14.764	-0.016	<b>MIM</b>	15.248	4.145	1.017

**Número de ativos = 30**

<b>[-10;10]</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>	<b>[0,1]</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>
<b>Full</b>	-7.630	X	X	<b>Full</b>	13.038	X	X
<b>SIM</b>	20.250	16.817	X	<b>SIM</b>	31.051	5.740	X
<b>MIM</b>	19.957	16.784	4.447	<b>MIM</b>	31.074	6.263	4.567

**Número de ativos = 40**

<b>[-10;10]</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>	<b>[0,1]</b>	<b>Peso=</b>	<b>Full</b>	<b>SIM</b>
<b>Full</b>	-15.720	X	X	<b>Full</b>	14.812	X	X
<b>SIM</b>	30.904	23.875	X	<b>SIM</b>	34.529	7.435	X
<b>MIM</b>	30.754	23.636	2.315	<b>MIM</b>	33.441	7.696	1.909

Onde: LI e LS são respectivamente os limites inferior e superior.

t crítico= 2.262

Os valores em itálico correspondem a comparação entre pares, onde não se rejeitou a hipótese nula de que a média das variâncias projetadas pelos modelos é igual.

## 7. Conclusões.

Este trabalho concluiu que não existem ganhos significativos pela inclusão do fator Dólar para projeção da matriz de covariâncias de ativos de renda variável. Este resultado foi obtido pela inclusão do Fator Dólar num modelo de dois índices, comparativamente ao modelo de um único fator tomado a partir do índice IBX.

Apesar de regressões múltiplas que incluem o fator Dólar como segundo fator ao IBX apresentarem significância estatística na exposição ao indicador da moeda estrangeira para quase metade da amostra, o teste de projeção *out of sample* não confirmou a necessidade de inclusão deste fator para melhoria significativa da projeção do portfólio de variância mínima.

Este resultado tem aplicação direta para Gestores de Carteiras e de Risco, na medida que parte de suas tarefas correspondem a projeção de risco de suas carteiras.

Existem várias possibilidades de extensão deste trabalho, incluindo: o cálculo de portfólios de *Tracking Error* mínimos (Administração Passiva), como testado em Chan, Karceski e Lakonishok (1999) e em Jagannathan e Ma (2002); testes a partir de modelos de projeção de Betas; testes para modelos de séries temporais (Garch); e diferentes janelas de tempo (mensais, diárias, *intraday*).

Um importante resultado, é de que como nos trabalhos abordados para o caso americano, os modelos permitem que haja redução do risco das carteiras *out of sample* no caso brasileiro.

### **Referência Bibliográfica.**

CHAN, Louis K., KARCESKY, Jason, LAKONISHOK, Josef. On Portfolio Optimization: Forecasting Covariances and Choosing the Risk Model. *NBER Working Paper Series*, w7039, March 1999.

CHOPRA, Vijay K., ZIEMBA, William T. The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice. *The Journal of Portfolio Management*, Winter 1993, p. 6-11.

CONNOR, Gregory. The Three Types of Factor Models: A Comparison of Their Explanatory Power. *Financial Analysts Journal*, May/June 1995.

ELTON, E., GRUBER, M. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. 5<sup>th</sup>.ed. New York: John Wiley & Sons, 1995.

FABOZZI, Frank J., GUPTA, Francis, MARKOWITZ, Harry M. The Legacy of Modern Portfolio Theory. *The Journal of Investing*, Fall 2002, p. 7-22.

FARREL Jr., J. *Portfolio Management Theory and Application*. 2<sup>nd</sup>. Ed. Boston: Irwin McGraw-Hill, 1997.

FIGUEIREDO, Antonio C. et al. A Utilização da Teoria de Carteiras de Markowitz e do Modelo de Índice Único de Sharpe no Mercado de Ações Brasileiro em 1999. *Resenha BM&F*, n.141, Setembro/Outubro 2000. .

GRINOLD, R., KANH R. *Active Portfolio Management*. Chicago: Irwin Professional Publishing, 1995.

JAGANNATHAN, Ravi, MA, Tongshu. Risk Reduction in Large Portfolios: Why Imposing the Wrong Constraints Helps. *NBER Working Paper Series*, w8922, May 2002.

JORION, P. *Value at Risk*. São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros, 1998.

MARKOWITZ, Harry M. Portfolio Selection. *Journal of Finance*, March 1952, p.77-91.

SHARPE, W.F. An Algorithm for Portfolio Improvement. *Graduate School of Business Stanford University*, Research Paper n.475, October 1978.

WINSTON, Kenneth. The “Efficient Index” and Prediction of Portfolio Variance. *The Journal of Portfolio Management*, Spring 1993, p. 27-34.