

# Avaliação de Modelo Estatístico de Estimativa de Volatilidade Implícita para Opções de Dólar Americano Negociadas no Brasil

Autoria: George Ohanian

O objetivo do trabalho é verificar a possibilidade de utilizar modelos estatísticos para extrair parâmetros implícitos nos preços de opções de prazos de vencimento curtos, e utilizá-los para estimar a volatilidade implícita de opções de prazos mais longos. Esse tipo de extrapolação facilitaria o gerenciamento das carteiras de opções negociadas no mercado financeiro Brasileiro, pois as opções de prazos mais curtos são normalmente negociadas em bolsa, tornando mais fácil a obtenção dos respectivos dados, enquanto que as opções de prazos mais longos são normalmente negociadas em mercados de balcão, cuja informação não é facilmente disponibilizada. Os modelos testados foram os de Árvores Binomiais de Edgeworth, conforme proposto por **RUBINSTEIN** (1998) e o modelo de mistura de normais, conforme proposto por **BAHRA** (1997). A amostra analisada abrange os preços das opções Européias de Dólar comercial negociadas no Brasil entre Maio de 2000 e Dezembro de 2001. A pesquisa permitiu constatar que esse tipo de extrapolação é inviável, pois as expectativas dos agentes de mercado, implícitas nos prêmios das opções, podem ser bastante diferentes dependendo do prazo de vencimento da opção.

## 1. Introdução

As opções, ou contratos de opções, são derivativos cuja modelagem teórica teve seu marco inicial no início da década de 1970 quando foi desenvolvido o modelo de **BLACK-MERTON-SCHOLES (B-M-S)**. No Brasil, alguns fatores dificultam a implementação pura e simples de modelos quantitativos desenvolvidos e aplicados em outros países. A principal dificuldade é a concentração de negócios em vencimentos de curto-prazo e a pequena liquidez desse mercado, o que dificulta a obtenção da chamada volatilidade implícita, que é um parâmetro essencial tanto para a formação do preço teórico das opções, como também para o monitoramento de seu respectivo risco de mercado. Como a volatilidade implícita só pode ser observada a partir do preço pelo qual opções estão sendo negociadas no mercado, a falta de um volume crítico de negócios diários com esses derivativos impossibilita a obtenção de dados representativos desse parâmetro específico, dificultando a utilização direta dos modelos.

Desta forma, o objetivo deste trabalho é testar soluções teóricas que permitam obter volatilidades implícitas utilizando modelos propostos pela literatura em finanças que estimam, a partir de uma base conhecida de preços de opções, a distribuição de probabilidades dos preços dos ativos-objeto das mesmas. Os modelos testados serão o modelo de árvores binomiais implícitas de **RUBINSTEIN** (1998), e o modelo de mistura de normais, conforme demonstrado por **BAHRA** (1997).

O modelo de **RUBINSTEIN** (1998) consiste de uma técnica para avaliar derivativos, especialmente apropriada para os casos em que os retornos do ativo objeto divergem da hipótese lognormal do modelo de **B-M-S**, em especial, nos casos de distribuições de probabilidades com graus de assimetria e curtose maiores do que aqueles esperados para uma distribuição lognormal. O modelo busca obter a distribuição de probabilidades dos retornos neutros em relação ao risco dos ativos-objeto por meio de uma técnica conhecida por expansão de Edgeworth sobre a distribuição de probabilidades discretas de uma árvore binomial. Dessa forma é possível obter

uma distribuição de retornos mais próxima do que se observa na prática, ou seja, com maiores graus de assimetria e curtose.

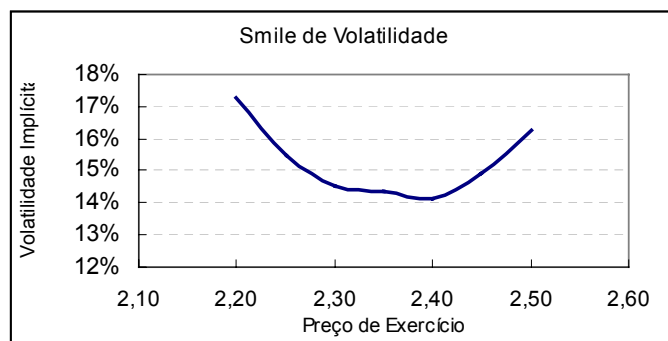
Já o modelo de **BAHRA** (1997) foi desenvolvido com o intuito de estimar, a partir de preços de derivativos financeiros, a chamada função densidade de probabilidade neutralizadora do preço da incerteza (**DNPI**). A idéia dessa função é traduzir a densidade de probabilidade neutra em relação ao risco do preço terminal do ativo, ou seja, ao invés de supor um processo de difusão para o preço do ativo objeto para, a partir dele, inferir uma densidade neutralizadora, o modelo de **BAHRA** (1997) faz hipóteses diretamente sobre a forma funcional dessa densidade, assumindo que ela pode ser obtida por meio de uma mistura de normais, com parâmetros estimados a partir dos preços dos derivativos negociados no mercado, utilizando critérios de minimização da distância entre os preços de mercado e os teóricos gerados pelo modelo.

Há que se destacar, entretanto, que o objetivo da pesquisa apresentada neste artigo não é meramente utilizar aqueles modelos e testá-los com dados do mercado financeiro local. Pelo contrário, o que se busca é testar uma proposta de utilização inovadora dos dois modelos, que permita projetar volatilidades implícitas de opções, cujos preços de mercado não foram passíveis de ser observados, quer seja por não terem ocorrido negócios ou porque as mesmas foram negociadas no mercado de balcão. Assim sendo, a proposta deste trabalho é importante no sentido de buscar uma solução para um problema real do mercado de derivativos local que é a falta de parâmetros para utilização plena dos modelos de avaliações de contratos de opções.

Este artigo encontra-se subdividido da seguinte forma: A seção 2 apresenta um resumo da revisão bibliográfica relativa à volatilidade implícita em preços de opções e o chamado efeito *smile*, a sessão 3 descreve a metodologia da pesquisa e a amostra utilizada, assim como as limitações da pesquisa. A sessão 4 apresenta e interpreta os resultados dos testes efetuados. Por fim, a sessão 5 apresenta as conclusões do artigo.

## 2. A volatilidade implícita de opções e o efeito *smile*

Os principais modelos utilizados para a avaliação de contratos de opções são utilizados juntamente com um grupo de parâmetros comumente denominado *smile* de volatilidades implícitas, formado pelo conjunto dos diversos preços de exercício ( $X$ ) das opções em aberto com suas respectivas volatilidades implícitas. O termo *smile* (do Inglês sorriso) refere-se à forma comumente observada dos gráficos que comparam preços de exercício de opções com mesmo vencimento e suas respectivas volatilidades implícitas, conforme ilustrada no Gráfico 1.



**Gráfico 1:** *Smile* de Volatilidade para Opções de Dolar em 13-JUN-01 para vencimento em 01-JUL-01 (Fonte: Corretora Liquidez).

Conforme **COSTA** [1998, pág. 152] as causas do *smile* não são muito precisas, entretanto, esse formato costuma ser atribuído ao fato da distribuição de probabilidades dos preços de ativos-objetos ( $S$ ) ser leptocúrtica e portanto possuir uma probabilidade maior de desvios extremos do que o predito pela lognormalidade. Dessa forma, o *smile* é, na verdade, um reconhecimento de que a distribuição de probabilidades de retornos do preço dos ativos objetos pode divergir da distribuição normal, que é a hipótese preconizada pelos principais modelos, como o **B-M-S**. Já **MURPHY** (1994, pág.2) destaca alguns pontos que ajudam a entender a formação do *smile*. Segundo ele, o *smile* é explicado por efeitos de liquidez, por riscos associados ao *hedge* dinâmico e pelas expectativas quanto a movimentos futuros em  $S$ .

Estudos relacionados ao tema volatilidade implícita de contratos de opções, tem sido elaborados sobre diversos tipos de mercados e para uma grande variedade de ativos financeiros. É natural, portanto, que haja razoável dispersão em relação aos enfoques dos diversos trabalhos publicados. Mesmo assim, ainda que de uma forma muito abrangente, pode-se classificar os diferentes trabalhos ligados ao tema em quatro grandes grupos: no primeiro deles encontram-se os trabalhos relacionados à extração e análise da informação contida nos prêmios das opções, ou seja suas volatilidades implícitas e *smiles*. Um segundo conjunto de pesquisas é voltado para explicar as causas do *smile*. O terceiro grupo de trabalhos envolve a comparação entre a informação contida na volatilidade implícita e volatilidade realizada. Um quarto grupo envolve a proposta de modelos para estimar volatilidades.

Alguns exemplos dos principais trabalhos serão descritos nos itens 2.1 a 2.4, a seguir, sendo cada um dos itens representativo dos quatro grandes grupos detalhados no parágrafo anterior.

## **2.1. Pesquisas sobre informações embutidas nos prêmios de opções**

Neste grupo encontram-se os trabalhos que tentam responder à seguinte pergunta: o que os preços de opções observados no mercado podem dizer a respeito das propriedades estatísticas do ativo subjacente e o que é possível inferir a partir disso?

**OLIVEIRA** (2000), por exemplo, apresenta uma série de métodos utilizados para extrair a informação implícita nos prêmios de opções, inclusive testando empiricamente os mesmos sobre uma base de dados de opções sobre ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo. Ao final do trabalho é feita uma comparação entre os diversos métodos por critérios de eficiência estatística e operacional. O autor conclui que a forma mais simples e utilizada de extração de informação contida em preços de opções é através da própria volatilidade implícita, à qual é frequentemente atribuída a habilidade de melhor prever a volatilidade futura, propriedade essa que o autor pode constatar nos testes efetuados, mostrando assim que a volatilidade implícita é instrumento relevante para aplicações como controle de risco no curto-prazo.

De forma semelhante, **CONT** (1997) também apresenta e compara diversos métodos para extração de distribuições de probabilidades implícitas, que são os métodos de (1) mistura de normais, (2) de expansão, (3) de máxima entropia, (4) de Kernel e (5) de árvores implícitas. O autor discute as vantagens de cada um dos métodos, e a interpretação de seus resultados em termos econômicos assim como sugere possíveis aplicações para a informação obtida como a

medição de preferências dos investidores, a avaliação de opções ilíquidas e avaliação de possíveis estratégias de arbitragem.

**JACWERTH** (1999) também faz uma abrangente revisão da literatura sobre modelos de extração de distribuição de probabilidades implícitas, com enfoque nos métodos que utilizam árvores implícitas.

**BLISS e PANIGIRTZOGLU** (2002), reconhecem que apesar desses métodos de extração de distribuições implícitas estarem ganhando atenção crescente, há pouca preocupação em verificar a robustez ou estabilidade dos parâmetros dessas distribuições implícitas. Os autores efetuam testes com preços de opções sobre o índice FTSE 100 e comparam a estabilidade dos parâmetros gerados por métodos diferentes. A conclusão dos autores mostra que os parâmetros das distribuições implícitas geradas pelo método de mistura de normais tendem a ser muito instáveis em comparação com outros métodos.

Um trabalho que, de forma semelhante, procura comparar qualidade das estimativas sobre distribuições de probabilidades implícitas em prêmios de opções é o de **JOUNDEAU e ROCKINGER** (2000), que utilizam opções de moedas (Franco Francês e Marco Alemão) entre os anos de 1996 e 1997 para comparar métodos como o de mistura de normais e de expansão de Edgeworth. Os autores constatam que os métodos diferem entre si quanto ao grau com que absorvem novos eventos que ocorrem no mercado. O método de mistura de normais apresentou bom desempenho para avaliar opções, mas, não se mostrou eficiente para captar expectativas dos participantes do mercado.

**PEDERSEN** (1998), por sua vez, destaca que alguns modelos de extração da informação embutida no prêmio de opções usam técnicas que buscam extrair várias informações simultaneamente como, por exemplo, a volatilidade e taxas de juros implícitas. O autor busca testar a eficiência dessas técnicas utilizando prêmios de opções de taxas de câmbio. Ele conclui que a busca de informações simultâneas sobre duas variáveis resulta na pior qualidade das informações obtidas, quando comparadas àquelas que são capturadas ao utilizar-se modelos para extrair unicamente informações sobre as volatilidades implícitas.

Já no sentido de analisar e interpretar a informação embutida nas opções **GUIMARÃES** (2000), utilizando dados do mercado financeiro Brasileiro, procurou interpretar a informação contida nos prêmios de opções e volatilidades implícitas para analisar o sentimento do mercado. Para isso o autor analisou os prêmios das opções de câmbio negociadas entre Janeiro de 1997 e Janeiro de 1999, utilizando um modelo de precificação que considera a possibilidade de saltos discretos no câmbio. Os resultados da análise foram interpretados como probabilidades e magnitudes esperadas de uma desvalorização do Real, tendo o autor argumentado em favor dessas estimativas como medidas de credibilidade do regime de bandas cambiais que vigorou no Brasil desde Março de 1995 até Janeiro de 1999.

**GOMES** (2002), por sua vez, trabalhando numa linha semelhante de pesquisa, analisou séries históricas de opções negociadas no Brasil sobre ações da Telebrás (de Julho de 1997 a Maio de 2000) e Dólar Comercial e (de Julho de 1999 a Maio de 2001) para verificar se a volatilidade implícita nos prêmios dessas opções continha informação sobre eventos futuros de stress. As

evidências estatísticas, para o período analisado, mostraram que, no caso das opções de Telebrás, tais informações foram capturadas a um nível de confiança de 92% enquanto que, para o Dólar Comercial, não foi constatada eficácia no uso da ferramenta para sinalizar de eventos futuros de stress, tendo falhado na antecipação de retornos anormais e emitido falsos sinais.

**GEMMIL** e **SAFLEKOS** (2000) analisam a informação contida em prêmios de opções em termos das distribuições de probabilidades implícitas e perfazem alguns testes para entender se essa informação pode ser útil para elaborar estimativas futuras, estratégias de hedge, ou mesmo revelar o sentimento dos investidores. Assim, os autores utilizam séries históricas de prêmios de opções sobre o índice FTSE-100 em seus testes com dois objetivos básicos: 1) analisar se as distribuições de probabilidades implícitas indicam que os mercados de opções antecipam os violentos movimentos de queda de preços das ações chamados de *crashes* das bolsas e 2) analisar se, em períodos próximos a eleições, quando um modelo de mistura de normais tende a assumir um formato bi-modal, é possível utilizar a distribuição de probabilidades implícitas para revelar sentimentos do mercado. Os testes efetuados revelaram, quanto à primeira hipótese examinada, que os mercados de opções não antecipam os *crashes* de bolsas, não tendo sido observada nenhuma tendência de assimetria à esquerda nos períodos que antecederam aos *crashes* de 1987, 1989 e 1997. O que os autores observaram, entretanto, é que o mercado de opções de índices de bolsas, nestas circunstâncias, tende muito mais a ser reativo aos eventos do que se antecipar a eles. Quanto à segunda hipótese, os testes efetuados permitiram constatar que o mercado de opções ajuda a revelar o sentimento do mercado durante eleições. Durante as eleições de 1987 no Reino Unido, por exemplo, a mistura de normais desenvolveu um formato de distribuição bi-modal realçando uma aglutinação das probabilidades em torno de duas perspectivas diferentes, como que representando vitória do partido conservador ou trabalhista.

Em estudo anterior **GEMMIL** (1996) já havia estudado as variações no formato do *smile* das opções de índice da Bolsa de Londres, em períodos que antecederam o chamado *crash* da Bolsa de Nova Iorque ocorrido em 1987, com intuito semelhante, ou seja, averiguar se aquele evento era, de alguma forma, antecipado pelo mercado. Os resultados já mostravam que os investidores haviam sido surpreendidos pelo evento, pois não foi notada nenhuma tendência de assimetria para a esquerda do *smile*, o que seria um indicativo de maior pressão compradora sobre opções de venda em antecipação a uma expectativa de queda futura dos preços das ações.

## **2.2. Pesquisas sobre causas do *smile***

Como forma de explicar as causas do *smile*, **SHEFRIN** (1999) estudou opções sobre índices de bolsa, associando-o com o que ele chama de ineficiência do mercado causada pela heterogeneidade de expectativas entre os seus diversos participantes. Segundo o autor quando os investidores possuem opiniões muito diferentes em relação à evolução futura dos preços do mercado haverá uma tendência dos otimistas assumirem posições compradas em opções de compra (*calls*) enquanto que os pessimistas tenderão a assumir posições compradas em opções de venda (*puts*), sendo que, quanto maior for a heterogeneidade entre esses dois grupos de expectativas, mais acentuado será o *smile*. **JACKWERTH** (1997), por sua vez, estudou a relação entre as distribuições de probabilidades implícitas nos prêmios de opções e sua relação com o grau de aversão ao risco dos investidores, tendo proposto uma técnica para avaliar empiricamente por meio dos preços de opções a chamada função de aversão ao risco. Utilizando dados do

mercado de índice S&P500 o autor observou variações significativas na aversão ao risco nos períodos próximos ao *crash* de 1987.

**PENA** e **RUBIO** (1999) utilizaram regressões simples para explicar o comportamento da volatilidade implícita, utilizando dados de opções de índice IBEX-35 colhidos entre Janeiro de 1994 e Abril de 1996. Já **WADHWA** (1999) identificou fatores comuns que afetam os movimentos da volatilidade do mercado da taxa de juros Dólar-LIBOR nos Estados Unidos e, como esses fatores influenciam a matriz de volatilidade implícita das opções sobre aquela taxa de juros.

### 2.3. Pesquisas comparativas entre volatilidade implícita e volatilidade realizada

Várias pesquisas buscam testar se a volatilidade implícita contém informação relevante sobre a volatilidade futura. Os resultados apresentados na literatura não são muito conclusivos. Encontram-se, por exemplo, muitas pesquisas efetuadas sobre o mercado de índice S&P100 que apontam para direções não convergentes. **FLEMMING** (1998), por exemplo, examina a performance da volatilidade implícita sobre opções de S&P100 como estimativa da volatilidade futura do mercado de ações. O resultado da pesquisa mostra que a volatilidade implícita tende a ser um estimador viesado para cima, mas que ao mesmo tempo contém informação relevante sobre a volatilidade futura. O estudo também mostra que a volatilidade implícita é melhor do que a volatilidade histórica no sentido de poder de estimativa ex-ante. As conclusões do estudo mostram, também, que, um modelo que corrija o viés da volatilidade implícita pode ser de grande valia como estimador da volatilidade condicional, uma vez que os erros de estimativa da volatilidade implícita são ortogonais aos parâmetros frequentemente utilizados em modelos de volatilidade condicional, como aqueles da família ARCH.

Já **CANINA** e **FIGLEWSKI** (1993), ao pesquisarem as opções de S&P100 que, conforme eles frisam, representavam na época do estudo, as opções mais ativamente negociadas nos Estados Unidos, concluíram que a volatilidade implícita, além de não incorporar movimentos recentes da volatilidade observada, não apresentou correlação com volatilidade futura.

**CHRISTENSEN** e **PRABHALA** (1998) reconhecem que muitas pesquisas efetuadas sobre prêmios das opções de índice S&P100, acabam concluindo que a volatilidade implícita é uma estimativa ineficiente e viesada da volatilidade futura e que adicionam pouca informação àquela que pode ser obtida pela análise da volatilidade histórica (passada). As conclusões dos trabalhos destes autores, entretanto, divergem das pesquisas anteriores. Seus resultados, influenciados pelo uso de séries históricas mais longas, sem sobreposição de dados, mostram que a estimativa de volatilidade futura feita a partir de volatilidades implícitas em prêmios de opções é muito mais eficiente do que aquelas estimativas baseadas em observações históricas.

Um outro trabalho que procura explicar porque as pesquisas tendem a concluir que volatilidades implícitas são estimativas viesadas da volatilidade futura é o de **CHERNOV** (2001). O autor argumenta que os preços de opções contém não somente prêmio de risco de mercado sobre o seu ativo-objeto, mas, também um outro componente de prêmio sobre a própria volatilidade do ativo. Esse componente, segundo ele, acaba distorcendo os resultados dos testes que, em muitos casos, terminam por rejeitar a hipótese da volatilidade implícita ser um previsor não-viesado da volatilidade futura do ativo-objeto. Um exemplo de pesquisa semelhante efetuada sobre outro

mercado que não o de S&P 100 é efetuado por **BERTONAZZI** e **MALONEY** (2001) investigaram a relação entre as volatilidades implícitas das opções sobre contratos futuros de títulos do Tesouro Norte-Americano e a volatilidade real observada nesses ativos. Após analisarem 25 opções lançadas entre os anos de 1993 e 1999 os autores constataram evidências estatísticas significativas da relação entre volatilidade implícita e volatilidade realizada, concluindo que, para a amostra examinada a volatilidade implícita era um previsor não viesado da volatilidade realizada. De forma semelhante, **DEWATCHER** e **LEON** (1996) analisaram o conteúdo informativo da volatilidade implícita das opções sobre o índice IBEX-35, que compreende as 35 mais líquidas ações da Bolsa de Madri e concluíram que a volatilidade implícita tende a superestimar a volatilidade futura.

#### **2.4. Pesquisas sobre modelos de estimativa de volatilidades**

Há uma série pesquisas na literatura de finanças / derivativos dedicada à comparação de diversos modelos estatísticos de estimativa de volatilidades. Os conceitos genéricos dos principais modelos foram discutidos no item 3.6 desta tese. Algumas dessas pesquisas propõem variações nos modelos básicos, outras comparam resultados obtidos pelo uso de diferentes modelos. Assim, por exemplo, **LI** (2002) propõe um modelo de memória-longa para estimar volatilidades, que são parâmetros críticos em qualquer fórmula de precificação de opções. Segundo ele, enquanto os modelos da família GARCH descrevem a volatilidade como uma função do processo de preço dos ativos, os chamados processos de volatilidade estocástica introduzem um fator estocástico adicional na modelagem de volatilidades. Embora os argumentos dessas famílias de modelos sejam coerentes do ponto de vista teórico, na prática, os choques de volatilidade mostram-se por demais persistentes e, desta forma, inconsistentes com aqueles modelos. Para complicar ainda mais, as volatilidades implícitas obtidas a partir dos preços de opções que, segundo o autor, são amplamente reconhecidas por fornecer as melhores estimativas sobre volatilidades futuras, não obedecem a nenhuma dessas famílias de modelos. A virtude do memória-longa é sua capacidade de adequar-se a ritmos mais lentos de desaceleração das volatilidades de mercado. Outra virtude explorada na modelagem proposta é o uso de uma série histórica mais intensa de dados (tomados em intervalos regulares de 5 minutos), para estimar os parâmetros do modelo de forma mais precisa, sendo que os testes efetuados com taxas de câmbio de Marco Alemão (DEM), Libra Esterlina (GBP) e Yen Japonês (JPY) mostraram resultados satisfatórios.

**ROSEMBERG** (2000), por sua vez, examina diferentes formas de modelagem da volatilidade implícita de opções, utilizando opções sobre contratos futuros de índice S&P500, para propor uma metodologia que capta as principais características da curva de volatilidade implícita ao mesmo tempo em que permite uma evolução dessa curva ao longo do tempo. Esse modelo dinâmico utiliza série temporal para caracterizar a evolução da volatilidade implícita da opção no-dinheiro ao mesmo tempo em que adota uma padronização do smile em função do moneyness, ou seja, do grau em que as demais opções estão dentro ou fora do dinheiro.

**AVELLANEDA** e **ZHU** (1997) analisam a estrutura a termo de volatilidade implícita de opções de taxa de câmbio, utilizando séries históricas de 13 diferentes pares de moedas conversíveis. Eles examinam a evolução conjunta das volatilidades implícitas das opções no-dinheiro para diversos prazos e mostram que há três componentes principais que explicam mais de 95% dos movimentos das estruturas analisadas. Em seguida eles propõem um modelo exponencial ARCH

para cada um daqueles três componentes. Uma das aplicações práticas do modelo proposto é a construção de intervalos de confiança para a estrutura a termo de volatilidade implícita.

**BRITTEN-JONES** e **NEUBERGER** (2000), por sua vez, caracterizaram diversos processos contínuos de preços, consistentes com os prêmios das diversas opções por eles analisadas e desenvolveram um modelo para estimar processos de volatilidade, semelhante à árvore binomial de **RUBINSTEIN** (1994), com parâmetros calibrados a partir dos preços de opções negociadas no mercado. O modelo, desta forma, pode adaptar-se aos processos de volatilidade mais arbitrários, permitindo, entre outras coisas a precificação de opções exóticas.

**FOFANA** e **BRORSEN** (2001) modelos de precificação de opções que utilizam volatilidades estimadas utilizando modelos GARCH com informações históricas tem-se mostrado superiores aos modelos que assumem a hipótese log-normal com volatilidade histórica. Eles compararam resultados obtidos utilizando os dois modelos e chegaram à conclusão que para opções de prazo mais curto (número de dias até o vencimento inferior a duas semanas) o uso de modelos GARCH resulta em melhores estimativas de prêmios de opções, enquanto que o modelo histórico é mais eficiente nos casos em que os prazos de vencimento são superiores.

### 3. Metodologia da pesquisa

Conforme mencionado anteriormente, o que se pretende nesta pesquisa é verificar a possibilidade de usar os modelos de **RUBINSTEIN** (1998) e **BAHRA** (1997) no mercado local, mais especificamente, com as opções de Dólar Comercial, não só para extrair os parâmetros da distribuição de probabilidades implícita nos preços dos contratos negociados, como também, e principalmente, para verificar a possibilidade de extrapolar os resultados obtidos com as opções negociadas em um determinado vencimento para os contratos de vencimentos posteriores. O método científico utilizado nesta pesquisa, segundo classificação adotada por **GIL** (1987, pág. 36), é o método estatístico, que, conforme aquele autor, fundamenta-se na aplicação da teoria estatística da probabilidade e possibilita, mediante a utilização de testes estatísticos, determinar, em termos numéricos, a probabilidade de acerto de determinada conclusão. Os procedimentos estatísticos fornecem considerável reforço às conclusões obtidas, sobretudo mediante a experimentação e a observação.

#### 3.1. População e Amostra

Uma vez que o objetivo do estudo é verificar a possibilidade de usar os modelos de **RUBINSTEIN** (1998) e **BAHRA** (1997) para extrair informações relativas às distribuições de probabilidades implícitas nos preços das opções de dólar comercial negociadas mercado financeiro local, é necessário, em termos básicos, obter dados relativos aos preços dessas opções. Os dados estudados formam uma série histórica, cujo período inicial corresponde ao início do estudo, ou seja, Maio de 2000. A data final da série histórica coincide com o encerramento do ano de 2001, perfazendo um total de cerca de um ano e meio de dados, o que pode não parecer muito, especialmente quando comparado com pesquisas semelhantes realizadas em mercados mais desenvolvidos. Há que ser enfatizado, entretanto, que o tamanho da série histórica é limitado pela indisponibilidade de dados confiáveis em períodos anteriores, porém, do ponto de vista qualitativo, o período coberto pela pesquisa foi bastante rico em termos de diversidade de cenários econômicos. A amostra analisada contém dados relativos aos preços negociados de



opções com diversos prazos e preços de exercício, ou *strikes*, conforme detalhado no Quadro [1]. Deve-se notar que os diversos *strikes* não estão expressos em termos absolutos, mas, em termos proporcionais ao nível de opções no-dinheiro ou *at-the-money (ATM)*, como são mais usualmente denominadas.

<b>Prazo (Meses)</b>	<b>Strike 1</b>	<b>Strike 2</b>	<b>Strike 3</b>	<b>Strike 4</b>
2	-2,5%	ATM	2,5%	5,0%
3	-5,0%	ATM	5,0%	10,0%
4	-5,0%	ATM	5,0%	10,0%
6	-5,0%	ATM	5,0%	10,0%
12	-7,5%	ATM	7,5%	15,0%

Quadro 1 – Estrutura da série histórica de volatilidades implícitas utilizadas na pesquisa.

O banco de dados utilizado para a pesquisa foi montado por meio de coleta diária das informações necessárias ao trabalho. Uma vez que esse mercado é de pequena liquidez, a restrição de incluir no banco de dados apenas informações relativas a negócios efetivamente realizados acabaria por tornar muito mais difícil a obtenção de informações, tornando o banco de dados muito mais pobre. Desta forma foi dada preferência pela obtenção de cotações, na forma de preços médios entre as ofertas de compra e venda, conforme divulgado por um número mínimo de três instituições financeiras, incluindo bancos e corretoras.

### 3.2 Limitações do Estudo

Em primeiro lugar, deve-se salientar que as conclusões desta pesquisa referem-se exclusivamente ao período de tempo coberto pela amostra de dados analisados (Maio de 2000 a Dezembro de 2001). A principal razão para essa limitação deve-se ao fato da economia Brasileira, nos últimos anos, ter intercalado diferentes políticas cambiais e monetárias, cada uma delas com impactos distintos sobre o comportamento dos ativos financeiros, o que impossibilita a generalização de conclusões obtidas a partir de análises baseadas em períodos específicos. Outra limitação é o fato de que, conforme já mencionado, os dados que compõem o banco de dados pesquisados não serem referentes a parâmetros de negócios efetivamente realizados, mas, a cotações expressas em termos de preços médios entre ofertas de compra e venda. Assume-se que o ponto médio entre as cotações de compra e venda reflete o preço justo de mercado, entretanto essa é uma simplificação que não necessariamente traduz a verdade e pode causar alguma distorção. Um exemplo que ilustra bem esse ponto é o caso das opções de prazos mais longos, onde, em certos períodos há uma maior demanda por parte dos clientes do que oferta das mesmas por parte das instituições financeiras, gerando uma tendência de encarecimento do preço de venda que não é capturada de forma adequada ao considerar como nível justo dos negócios aquele representado pela média entre as cotações de compra e venda.

### 3.3 Testes Efetuados

Conforme anteriormente mencionado, o objetivo da pesquisa é fornecer ferramentas estatísticas que sirvam de alternativa para prover parâmetros de entrada (volatilidades implícitas) necessários aos sistemas de gerenciamento de risco em carteiras de opções, quando tais parâmetros são indisponíveis pelos motivos já descritos nesse trabalho. Desta forma, a análise dos resultados obtidos deverá propiciar uma avaliação do grau de efetividade dessas ferramentas propostas e,

portanto, alguns testes são efetuados de forma a avaliar alguns fatores considerados críticos para o bom desempenho dos modelos que são, basicamente:

**Capacidade de ajuste dentro da mostra (*ex-post*):** O objetivo aqui é avaliar quão bem o modelo consegue replicar as informações contidas na própria amostra. Isto será feito comparando-se as volatilidades implícitas geradas pelo modelo para os próprios prazos e *strikes* utilizados para gerar os parâmetros iniciais de funcionamento dos mesmos. Nesse teste a eficiência do modelo será medida em termos do erro absoluto entre as volatilidades implícitas observadas (utilizadas como dado de entrada inicial do modelo) e aquelas geradas por ele.

**Capacidade de previsão (*ex-ante*):** Aqui será testada a eficácia dos modelos em termos de sua capacidade de extrapolação, ou seja, o objetivo maior da proposta dessa tese, que é estimar volatilidades implícitas para prazos de vencimento mais longos do que aqueles que foram utilizados na calibragem dos modelos. Esta eficácia será avaliada, no primeiro momento, de forma quantitativa em termos do erro absoluto entre o número estimado e aquele observado. Além da análise quantitativa do resultado, é interessante também avaliar de forma mais qualitativa a capacidade dos modelos em replicar tendências de aumento ou decréscimo de volatilidades implícitas. Isso pode ser avaliado, medindo-se a correlação entre os movimentos das volatilidades implícitas reais (observadas) e estimadas.

## 4. Resultados Obtidos

### 4.1. Capacidade de ajuste dentro da mostra (*ex-post*)

Foram aplicados testes sobre uma série histórica de informações sobre volatilidades implícitas de opções abrangendo um período de 391 dias úteis. Para cada dia da série histórica foram utilizadas opções de quatro diferentes *strikes* com vários prazos médios de vencimento (2, 3, 4, 6 e 12 meses). Os testes serviram para simular a performance dos modelos em uso, onde eles seriam alimentados com informações relativas a opções de vencimentos mais curtos (2, 3 e 4 meses), para, a partir dos dados embutidos nessas opções, obter os parâmetros das distribuições de probabilidade implícitas do ativo-objeto e, assim, estimar preços das opções mais longas. Na primeira fase os testes (*ex-post*) buscam verificar se os dois modelos (Árvore Binomial de Edgeworth e Mistura de Normais) conseguem capturar de forma adequada os parâmetros das distribuições de probabilidades implícitas nos prêmios das opções de prazos mais curtos. Assim, uma vez obtidos parâmetros desses dois modelos, a partir de informações disponíveis sobre os prêmios das opções de vencimentos mais curtos, utilizar-se-ão esses mesmos modelos (com os parâmetros já capturados) para re-calcular os prêmios das mesmas opções. Quanto mais eficientes forem os modelos, mais próximos dos prêmios originais deverão ficar os prêmios recalculados.

Os Quadros [2] e [3] consolidam as informações obtidas relativas às diferenças absolutas entre volatilidades implícitas observadas e estimadas (*ex-post*) pelos modelos de **RUBINSTEIN** (1998) e **BAHRA** (1997), respectivamente. Lá são apresentadas, para todas as séries históricas analisadas, as diferenças absolutas máximas e médias, assim como o percentual de *outliers* na amostra, ou seja, os pontos em que a diferença absoluta entre volatilidades observadas e estimadas foi superior a uma faixa de aceitação estimada com base na média e desvio-padrão dos *spreads* entre as volatilidades implícita de compra e venda das opções no banco de dados, para um nível de confiança de 99%.

Strike	Vencimento	Máxima	Média	% Outliers
Dentro do Dinheiro	2 Meses	1,9%	0,4%	0,0%
No Dinheiro	2 Meses	1,8%	0,7%	0,0%
Fora do Dinheiro	2 Meses	2,2%	1,1%	0,5%
Fora do Dinheiro	2 Meses	2,4%	0,7%	0,0%
Dentro do Dinheiro	3 Meses	1,5%	0,3%	0,0%
No Dinheiro	3 Meses	1,9%	0,7%	0,0%
Fora do Dinheiro	3 Meses	1,2%	0,5%	0,0%
Fora do Dinheiro	3 Meses	5,4%	2,9%	67,5%
Dentro do Dinheiro	4 Meses	1,0%	0,2%	0,0%
No Dinheiro	4 Meses	2,4%	1,0%	0,0%
Fora do Dinheiro	4 Meses	1,7%	1,0%	0,0%
Fora do Dinheiro	4 Meses	3,2%	1,7%	2,0%

Quadro 2 – Diferença Entre Volatilidades Observadas e Estimadas (*ex-post*) pelo Modelo de **RUBINSTEIN**.

Strike	Vencimento	Máxima	Média	% Outliers
Dentro do Dinheiro	2 Meses	1,9%	0,4%	0,0%
No Dinheiro	2 Meses	1,8%	0,7%	0,0%
Fora do Dinheiro	2 Meses	2,2%	1,1%	0,5%
Fora do Dinheiro	2 Meses	2,4%	0,7%	0,0%
Dentro do Dinheiro	3 Meses	1,5%	0,3%	0,0%
No Dinheiro	3 Meses	1,9%	0,7%	0,0%
Fora do Dinheiro	3 Meses	1,2%	0,5%	0,0%
Fora do Dinheiro	3 Meses	5,4%	2,9%	67,5%
Dentro do Dinheiro	4 Meses	1,0%	0,2%	0,0%
No Dinheiro	4 Meses	2,4%	1,0%	0,0%
Fora do Dinheiro	4 Meses	1,7%	1,0%	0,0%
Fora do Dinheiro	4 Meses	3,2%	1,7%	2,0%

Quadro 3 – Diferença Entre Volatilidades Observadas e Estimadas (*ex-post*) pelo Modelo de **BAHRA**.

As diferenças absolutas máximas, em todos os casos observados, foram menores do que o spread máximo observado na amostra de dados (5.6%). Percebe-se, também, que a performance do Modelo de **RUBINSTEIN** (1998) em termos de diferenças absolutas médias e máximas foi melhor que aquela do Modelo de **BAHRA** (1997). A coluna denominada % *Outliers* representa a proporção total das diferenças absolutas entre volatilidade implícita observada e estimada, para cada *strike* e prazo, que excederam a faixa de aceitação descrita anteriormente. Novamente percebe-se que a performance do Modelo de **RUBINSTEIN** (1998) foi superior ao Modelo de **BAHRA** (1997) nesse quesito. Deve-se atentar, entretanto, para o fato de que a proporção de *outliers* observados, em alguns casos, foi superior ao percentual aceitável de 1%.

#### 4.2. Capacidade de previsão (*ex-ante*)

Neste item são aplicados os mesmos testes do item, desta vez com o intuito de avaliar a performance *ex-ante* daqueles modelos. O que se pretende aqui, portanto, é averiguar a precisão que se obtém quando são utilizados os dois modelos, utilizando-se parâmetros obtidos através das séries de opções mais curtas (2, 3 e 4 meses) para obter estimativas de volatilidades implícitas para serem usadas na avaliação de opções de prazos mais longos (6 e 12 meses). Assim como no item anterior, a avaliação será feita pela comparação entre as volatilidades estimadas pelos modelos e aquelas que foram efetivamente observadas. Os Quadros [4] e [5] apresentam de forma consolidada os resultados obtidos.

<b>Strike</b>	<b>Vencimento</b>	<b>Máxima</b>	<b>Média</b>	<b>% Outliers</b>
-5,0% - Dentro do Dinheiro	6 Meses	3,3%	0,7%	5,1%
No Dinheiro	6 Meses	5,7%	1,1%	10,5%
5,0% - Fora do Dinheiro	6 Meses	6,2%	1,5%	28,6%
10,0% - Fora do Dinheiro	6 Meses	4,3%	1,4%	22,5%
-5,0% - Dentro do Dinheiro	1 Ano	7,5%	1,6%	15,1%
No Dinheiro	1 Ano	9,9%	2,5%	50,1%
5,0% - Fora do Dinheiro	1 Ano	9,3%	3,0%	53,2%
10,0% - Fora do Dinheiro	1 Ano	6,1%	2,4%	51,9%

Quadro 4 – Diferença Entre Volatilidades Observadas e Estimadas (*ex-ante*) pelo Modelo de **RUBINSTEIN**

<b>Strike</b>	<b>Vencimento</b>	<b>Máxima</b>	<b>Média</b>	<b>% Outliers</b>
Dentro do Dinheiro	6 Meses	3,4%	1,3%	1,5%
No Dinheiro	6 Meses	4,9%	2,7%	47,8%
Fora do Dinheiro	6 Meses	4,2%	2,8%	66,8%
Fora do Dinheiro	6 Meses	2,6%	1,1%	1,0%
Dentro do Dinheiro	1 Ano	36,6%	16,1%	99,7%
No Dinheiro	1 Ano	35,7%	16,6%	100,0%
Fora do Dinheiro	1 Ano	34,0%	16,0%	100,0%
Fora do Dinheiro	1 Ano	31,6%	14,3%	99,2%

Quadro 5 – Diferença Entre Volatilidades Observadas e Estimadas (*ex-ante*) pelo Modelo de **BAHRA**.

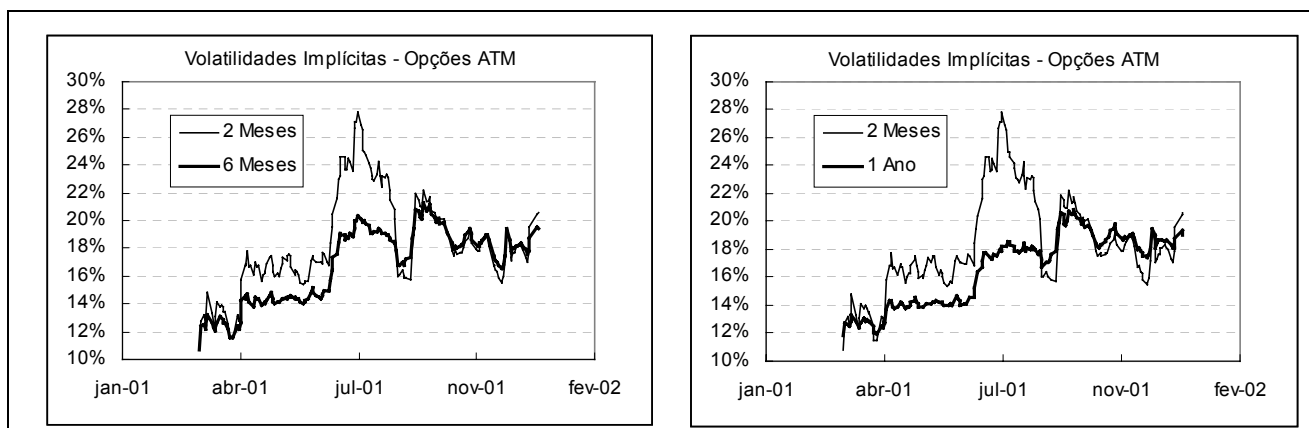
### 4.3. Interpretação dos Resultados Obtidos

A eficiência *ex-post* dos modelos, foi testada por meio de um critério estatístico, baseado na proporção de *outliers*, representados pelos pontos em que a diferença absoluta entre as volatilidades implícitas estimadas e observadas supera uma faixa de aceitação, calculada de forma a abranger 99% dos casos, o que significa que a proporção máxima aceitável de *outliers* seria de 1%. Entretanto, a proporção efetivamente obtida, conforme pode ser observado nos Quadros [4] e [5] foi, em alguns casos, superior a esse limite, o que permite rejeitar a eficiência dos modelos em capturar as distribuições implícitas, para as séries de opções cujas proporções de *outliers* superam o percentual máximo aceitável de 1%. Mesmo considerando essas rejeições, há que ser observado que em muitos casos o percentual de *outliers* foi inferior a 1%, principalmente quando foi utilizado o modelo de mistura de normais.

Com relação à capacidade de previsão (*ex-ante*) os resultados obtidos não deixam dúvidas quanto à não-eficácia dos dois modelos testados. Essa afirmação pode ser constatada em vários aspectos: O erro absoluto máximo entre as volatilidades observadas e estimadas, tanto por um modelo como pelo outro, foi superior àquele observado na análise *ex-post*. Além disso, para a maioria das séries analisadas, ele foi superior ao spread máximo de 5.6% entre as volatilidades implícitas de compra e venda. O erro absoluto médio também pode ser considerado elevado. Por fim, o critério estatístico para medição da eficiência *ex-ante*, baseado no percentual de *outliers* na amostra, apenas consolida as evidências dos testes anteriores. O percentual de erros absolutos que superam a faixa de aceitação é muito elevado, na maioria das séries analisadas e, em alguns casos equivale a 100% da amostra.

Os testes, desta forma, não deixam dúvidas quanto à não aplicabilidade dos modelos para estimar volatilidades implícitas para opções com prazos superiores àqueles utilizados como parâmetro de entrada dos modelos. Resta saber, entretanto, se isso ocorre porque os modelos testados são inadequados para essa finalidade, ou então, se as características implícitas nas opções de prazos

mais curtos é que não são válidas como parâmetros que possam ser extrapolados para prazos mais longos. Alguns indícios permitem concluir que não se trata de uma falha específica dos modelos, mas de um problema resultante da incompatibilidade entre os parâmetros implícitos nas séries de vencimentos mais curtos com aqueles das séries mais longas. Uma forma de visualizar essa incompatibilidade é através do Quadro [6], que compara as volatilidades implícitas reais de opções *ATM* de diferentes prazos.



Quadro 6 – Comparação entre volatilidades implícitas reais (observadas) de opções com prazos diferentes.

Os gráficos demonstrados no Quadro [6] evidenciam que ao comparar-se a série histórica de volatilidades implícitas de opções de prazos mais (2 meses, por exemplo) curtos com aquelas de prazos mais longos (6 meses e 1 ano, nesse caso) há uma tendência de distanciamento entre as volatilidades implícitas de prazos muito distantes. Esse distanciamento é maior quanto maior for a diferença entre os prazos das opções comparadas.

Percebe-se também, que as volatilidades implícitas das opções mais longas, guardadas as devidas proporções, tendem a formar uma linha mais horizontal, ou seja que apresenta menos sobressaltos do que as opções de prazo mais curto. Um fato que ajuda a explicar, ainda que de forma intuitiva, o distanciamento entre os gráficos observados no período analisado, é a crise de energia elétrica que abalou o mercado Brasileiro naquela época. É fácil perceber que os riscos derivados dessa crise seriam muito mais fortemente sentidos em opções de prazos mais curtos do que no caso de opções cujo vencimento seria posterior a época das chuvas. Esse risco maior seria então traduzido na volatilidade implícita das opções mais curtas. Essa análise circunscrita a um período específico da série histórica serve para ilustrar que existem casos em que as variáveis que afetam as expectativas de curto-prazo, não necessariamente afetam da mesma maneira as opções mais longas, o que inviabiliza o argumento de que é possível extrapolar para prazos mais longos os parâmetros implícitos nas opções de prazos curtos.

Uma forma mais rigorosa de confirmar as afirmações anteriores, que foram baseadas em mera interpretação de gráficos, é obtida por meio de uma comparação entre as variâncias das séries históricas de volatilidades implícitas. O que se percebeu pela análise dos gráficos no Quadro [6] é que os movimentos das séries históricas de volatilidades implícitas para opções de vencimentos mais curtos não são necessariamente os mesmos que se observam nas séries históricas das opções de prazos mais longos. Existem, entretanto, alguns períodos onde os movimentos de subida e

descida das volatilidades são semelhantes, tanto para as séries curtas como para as séries mais longas. Uma forma de comprovar formalmente essas observações é testar se as variâncias das séries históricas de prazos mais curtos são semelhantes àquelas das opções de prazos mais longos.

Dessa forma, aplicou-se o teste paramétrico de variância, conforme **COSTA NETO** (1977, pág. 117), comparando combinações duas a duas de séries históricas de opções de prazos curtos (2, 3 e 4 meses) com opções de prazo mais longo (6 meses e 1 ano), totalizando 6 combinações diferentes, com o objetivo de verificar se as variâncias das séries históricas de volatilidades implícitas combinadas duas a duas são semelhantes (hipótese nula). Os resultados obtidos pelo teste paramétrico de variância permitiram rejeitar a hipótese nula com um nível de confiança de 5%, o que permite a confirmação formal das conclusões intuitivamente observadas pela análise dos gráficos do Quadro [6].

## 5. Conclusão

Este trabalho foi desenvolvido com o intuito de pesquisar a viabilidade de utilizarem-se modelos estatísticos para fazer projeções de volatilidades implícitas para ser usadas como parâmetros de formação de preços e gerenciamento de risco de carteiras formadas por opções de Dólar Americano, o que seria de grande utilidade no caso do mercado Brasileiro onde ainda há pouca liquidez no mercado de opções, o que dificulta a obtenção daquele parâmetro e, portanto, justifica a importância desta pesquisa.

A revisão bibliográfica mostrou o enfoque das pesquisas recentemente desenvolvidas em finanças que estão relacionadas ao tema desta tese. Há uma grande quantidade de trabalhos que procura analisar a informação contida nos prêmios das opções para traduzir as expectativas dos participantes dos mercados, entretanto, não foram encontradas propostas semelhantes à desta pesquisa e que enfocassem o problema específico do mercado Brasileiro.

Os modelos testados nesta pesquisa foram o Modelo de Árvore Binomial de Edgeworth, proposto por **RUBINSTEIN** (1998) e o modelo de mistura de normais, conforme documentado por **BAHRA** (1997). Os testes foram realizados utilizando dados do mercado de opções Europeias de Dólar Comercial, cobrindo um período de pouco menos de dois anos, entre Maio de 2000 e dezembro de 2001.

O primeiro objetivo dos testes foi verificar se os modelos acima mencionados eram eficientes para extrair as distribuições de probabilidade implícitas nos prêmios das opções. Para esse propósito foram utilizadas as opções de prazos mais curtos (2, 3 e 4 meses) com vários tipos diferentes de preços de exercício. Os resultados foram considerados satisfatórios para uma boa parte das séries analisadas. Em muitos casos, foi possível replicar de forma muito próxima os prêmios efetivamente observados no mercado. Em alguns casos, entretanto, foi constatada uma proporção de erros acima do nível estatístico aceitável.

O segundo objetivo dos testes foi avaliar se os modelos eram capazes de fazer extrapolações, ou seja, utilizar os parâmetros implícitos nas opções de prazos mais curtos e estimar qual seria a volatilidade implícita de opções com prazos mais longos. Os resultados obtidos não foram satisfatórios. As estimativas obtidas ficaram distantes das volatilidades implícitas efetivamente observadas. Todos os resultados obtidos foram demonstrados por meio de dados estatísticos e análises de gráficos que ilustram de forma adequada os testes efetuados e suas conclusões.

Por fim, foi feita uma discussão do motivo pelo qual os modelos não foram capazes de produzir estimativas confiáveis sobre volatilidades implícitas de opções de prazos mais longos, baseados em parâmetros embutidos em opções de prazos mais curtos. A conclusão, elaborada com base numa análise dos gráficos de volatilidade implícita de opções com prazos diferentes, foi que as expectativas do mercado em relação aos cenários futuros afetam as opções de forma diferente, dependendo do prazo das mesmas, e, desta forma, os parâmetros sobre distribuições terminais de preços de ativo-objeto, embutidas em opções de prazos mais curtos, não necessariamente refletem as mesmas expectativas compartilhadas pelo mercado com relação a cenários de prazo mais longo. Esta conclusão foi estatisticamente comprovada, por meio de um teste de hipóteses baseado na comparação de variâncias.

## Referências Bibliográficas

- AVELLANEDA M., ZHU Y.**, *An E-ARCH Model for the Term Structure of Implied Volatility of FX Options*. Social Science Network Electronic Library – Working Paper Series, October 1999
- BAHRA, B.**, *Implied risk-neutral probability density functions from options prices: theory and applications*. Bank of England, 1997
- BERTONAZZI E., MALONEY M.T.**, *Does implied volatility imply volatility in bonds?*. The Journal of Fixed Income, Dezembro 2001
- BLISS R., PANIGIRTZOGLU N.**, *Testing the stability of implied probability density functions*. Journal of Banking and Finance, Março 2002
- BRITTEN-JONES M., NEUBERGER A.**, *Option Prices, Implied Price Processes, and Stochastic*. Journal of Finance, April 2000
- CANINA L., FIGLEWSKI S.**, *The Informational Content of Implied Volatility*. Review of Financial Studies - Vol. 6, 1993
- CHERNOV M.**, *Implied volatilities as forecasts of future volatility, time-varying risk premia and returns variability*. Pennsylvania State University, October 2001
- CHRISTENSEN B. J., PRABHALA N.**, *The Relation between Implied and Realized Volatility*. Journal of Financial Economics, November 1998
- CONT R.**, *Beyond implied volatility: extracting information from option*. Swiss Federal Institute of Technology, Julho 1997
- COSTA, C.L.**, *Opções: Operando a volatilidade*. Bolsa de Mercadorias & Futuros, 1998
- COSTA NETO, P.L.O.**, *Estatística*. São Paulo, Edgar Blücher, 1977
- DEWACHTER H., LEON A.**, *The Information Content of Options on the IBEX-35*. Financial Review, August 1996
- FOFANA N. F., BRORSEN B. W.**, *GARCH Option Pricing with Implied Volatility*. Applied Economics Letters, May 2001
- GIL A.C.**, *Métodos e técnicas de pesquisa social*. São Paulo: Atlas, 1987
- GOMES F.P.**, *Volatilidade implícita e antecipação de eventos de stress: Um teste para o mercado Brasileiro*. Departamento de Estudos e Pesquisas – Banco Central do Brasil: Brasília, Janeiro de 2002

- GUIMARÃES, B.V.**, *A possibilidade de saltos discretos no câmbio implícita nos prêmios das opções (jan/97 a jan/99)*. FEA/USP, São Paulo, 2000
- JACKWERTH, J.C.**, *Recovering risk aversion from option prices and realized returns*. Haas School of Business, University of California, Outubro 1997
- JONDEAU E., ROCKINGER M.**, *Reading the smile: The message conveyed by methods which infer risk neutral densities*. Journal of International Money and Finance, Dezembro 2000
- LI K.**, *Long-memory versus option-implied volatility predictions*. The Journal of Derivatives, Vol. 9 – Nr.3, 2002
- MURPHY G.**, *When options price theory meets the volatility smile* Euromoney; Março 1994
- OLIVEIRA G.A.**, *Informação implícita em prêmios de opções..* Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, 2000.
- PEDERSEN W. R.**, *Capturing all the information in foreign currency option prices: Solving for one versus two implied variables*. Applied Economics, London, Dezembro 1998
- PENA I., RUBIO G.**, *Why do we smile? On the determinants of the implied volatility function*. Journal of Banking & Finance, Vol. 23 Issue 8, August 1999
- ROSEMBERG, J.V.**, *Implied volatility functions: A reprise*. The Journal of Derivatives, Vol. 7 – Nr.3, 2000
- RUBINSTEIN M.**, *Edgeworth binomial trees*. The Journal of Derivatives, 1998.
- SHEFRIN H.**, *Irrational exuberance and option smiles*. Financial Analysts Journal; Charlottesville; Dezembro 1999
- WADHWA P.**, *An empirical analysis of the common factors governing U.S. Dollar-Libor implied volatility movements*. Journal of Fixed Income, Vol. 9 – Issue 3, December 1999

\* \* \*