

# Inclusão da Variável Tempo na Metodologia Delta-Gama para o Cálculo do VaR de Carteiras Compradas em Opções no Brasil

Autoria: Claudio Henrique da Silveira Barbedo, Gustavo Silva Araújo, Eduardo Facó Lemgruber

## Resumo

O cálculo do VaR para carteiras de opções apresenta várias dificuldades. A não linearidade e a não normalidade desses ativos faz com que essa estimativa fique bastante prejudicada, principalmente para os modelos paramétricos. Este artigo tem por objetivo analisar os resultados do cálculo do valor em risco de carteiras com posições compradas de opções de compra pela metodologia Delta-Gama e pela metodologia Delta-Gama-Teta, que considera o efeito determinístico da passagem do tempo no cálculo do VaR. As metodologias são avaliadas segundo a proximidade do dinheiro e o tempo para o vencimento e os testes empregados são os de Christoffersen e Lopez. Os resultados mostram que a metodologia Delta-Gama-Teta responde melhor ao teste de proporção de falhas para o VaR de 95% que a Delta-Gama. Verificam-se, ainda, grandes erros da metodologia para as opções fora-do-dinheiro e para as opções com menor maturidade, mesmo quando se considera o efeito da passagem do tempo no cálculo do VaR.

## 1. Introdução

Métodos de cálculo de valor em risco ou *VaR* desempenham um papel importante na gestão de investimentos de instituições financeiras. O objetivo é medir a pior perda esperada ao longo de determinado horizonte de previsão, sob condições normais de mercado e para um determinado nível de confiança.<sup>1</sup> Os métodos de *VaR* foram impulsionados pela disponibilização do RiskMetrics<sup>TM</sup> (1994), introduzido pelo banco J.P. Morgan. A abordagem pressupõe que os preços dos ativos possuem uma distribuição log-normal. Kendall (1953), Mandelbrot (1963) e Fama (1965) verificam que esta suposição de normalidade dos retornos das séries financeiras é pouco realista, na medida em que possuem caudas mais gordas do que a da distribuição normal e parecem tender para uma substancial assimetria. Lemgruber e Ohanian (1997) verificam que a metodologia RiskMetrics<sup>TM</sup> funciona razoavelmente bem, no mercado brasileiro, para ativos lineares para o *VaR* com coeficiente de segurança de 95%, porém tende a subestimar o risco quando margens mais rígidas são exigidas.

Estes problemas são agravados quando o portfólio contém posições em opções. Neste caso, o RiskMetrics<sup>TM</sup> (1994) sugere a utilização da metodologia Delta-Gama. Entretanto, seu uso pode gerar resultados inadequados. Pritsker (1997) demonstra a necessidade de se capturar a não linearidade e a não normalidade das distribuições de retornos desses ativos, a fim de se evitar a sub e superestimação do *VaR*. Uma sugestão para a solução do problema é o emprego de metodologias que utilizam a simulação de Monte Carlo. Entretanto, esta metodologia pode levar a resultados diferentes dependendo do número de iterações e da distribuição dos erros assumida. Além disso, sua implementação não é tão simples quanto a da metodologia indicada pelo RiskMetrics<sup>TM</sup> que, apesar de viesada, apresenta bons resultados empíricos para um grande número de alternativas de investimentos sob determinadas condições de mercado. No Brasil, Donangelo, Silva e Lemgruber (2001) constatam, para um portfólio de opções de Telebrás, que o resultado agregado da metodologia Delta-Gama é insatisfatório mesmo considerando diferentes estimadores de volatilidades. Rovetta (1999) trabalha com portfólios formados por opções de Inepar e Telebrás. O autor

verifica que a metodologia é eficiente para períodos de baixa volatilidade e que apresenta resultados globais superiores aos da metodologia de Simulação de Monte Carlo. Picanço (2000) constata pouca diferença de desempenho entre a metodologia Delta-Gama e metodologias de simulação para o cálculo do valor em risco de um portfólio de opções da Telebrás.

Este artigo tem por objetivo analisar os resultados do cálculo do valor em risco de carteiras com posições compradas de opções de compra pela metodologia Delta-Gama e Delta-Gama-Teta, considerando o tempo para o vencimento e a proximidade do dinheiro (*moneyness*). A metodologia de construção dos portfólios estudados se baseia no procedimento adotado em Barbedo (2002), de maneira a propiciar uma amostra grande o suficiente para a aferição do modelo de *VaR* de um dia por testes de avaliação de previsão de intervalos de confiança. Os resultados indicam que a metodologia Delta-Gama-Teta obtém um melhor desempenho no *VaR* de 95%. Verificam-se, ainda, grandes erros da metodologia para as opções fora-do-dinheiro e para as opções com menor maturidade. Estes erros não são significativamente reduzidos mesmo quando se considera o efeito da passagem do tempo no cálculo do *VaR*. O presente trabalho está organizado da seguinte maneira. A seção 2 cobre a metodologia do trabalho. A seção 3 apresenta as características da amostra e os testes para avaliação da metodologia. Os resultados obtidos são descritos e comentados na seção 4, e a seção 5 conclui o estudo.

## 2. Metodologia

Dois fatores são importantes para a construção de um modelo de *VaR* para opções, a escolha de um modelo de precificação e a estimativa da variabilidade dos fatores de risco. O modelo de Black & Scholes (1973) é empregado neste trabalho, uma vez que é de fácil implementação e tem sido o mais utilizado para avaliação de opções pelo mercado.<sup>ii, iii</sup> Neste sentido, os testes do modelo Delta-Gama são exames conjuntos do modelo de precificação e da metodologia de *VaR* do Riskmetrics<sup>TM</sup>.

O modelo mais simples para cálculo do *VaR* de uma opção considera apenas o nível de exposição correspondente a uma fração delta,  $\Delta$ , do valor do ativo.<sup>i</sup> O *VaR* da opção é igual ao delta multiplicado pelo *VaR* do ativo-objeto:

$$VaR_{Opção} = \Delta \times VaR_S \quad (1)$$

em que  $VaR_S = |\alpha| \times \sigma \times S$ , assumindo-se que os retornos calculados de forma logarítmica apresentam distribuição normal, onde  $S$  é o preço a vista do ativo-objeto,  $\sigma$  é a volatilidade dos retornos do ativo-objeto e  $\alpha$  é o quantil desejado da distribuição normal padrão.

Entretanto, a resposta da variação de preços da opção à variação de preços do ativo-objeto não é linear. O Riskmetrics<sup>TM</sup> propõe a inclusão do gama,  $\Gamma$ , que é a segunda derivada do preço da opção em relação ao preço do ativo objeto, para a correção da convexidade. O valor em risco das opções de compra é obtido pela expansão de Taylor adaptada para ajustar a correção da convexidade apenas para as situações de perdas, pela troca do sinal do segundo termo e por um ajuste de sinal indicando se a posição é comprada ou vendida.

$$VaR_{opção,t} = \Delta_t \times VaR_S - \frac{1}{2} (\text{sinal posição}) \Gamma_t \times VaR_S^2. \quad (2)$$

No caso particular deste trabalho, para as posições compradas de opções de compra, tanto  $\Delta$  como  $\Gamma$  são positivos. O resultado do segundo termo reduz o risco calculado pela

metodologia delta, equação (1), uma vez que o sinal positivo representa uma operação comprada. O resultado para o VaR deve ser positivo. No caso de operações de venda de opções de compra,  $\Delta$  e  $\Gamma$  e o sinal da posição são negativos. O segundo termo aumenta o valor do risco delta obtido. O resultado negativo final deve ser corrigido para um valor positivo para informações de risco.

Jorion (1997) sugere o cálculo do *VaR* da carteira como o somatório dos *VaRs* das opções. O procedimento superavalia o *VaR* por considerar que as correlações entre as opções incluídas na carteira são perfeitamente positivas, inclusive para opções sobre ativos-objeto diferentes. Porém, esta aproximação é necessária devido à impossibilidade de se utilizar metodologias tradicionais de cálculo de correlação linear para ativos não lineares.<sup>v</sup> Alguns métodos de simulação contornam esta limitação, na medida em que capturam a dependência não-linear das opções.<sup>vi</sup>

No presente trabalho, as volatilidades são estimadas ou por um processo GARCH, ou pela volatilidade implícita, *ISD*, do dia útil anterior da mesma opção para a qual está se querendo calcular o *VaR*, calculada por intermédio da fórmula de Black & Scholes (1973).<sup>vii</sup> Com isso, pretende-se verificar se os vieses da metodologia Delta-Gama estão ligados à volatilidade empregada. Cabe notar que a utilização de uma volatilidade diferente da implícita de Black & Scholes (1973) apresenta uma inconsistência, uma vez que os portfólios são marcados a mercado pelo valor observado e as gregas são extraídas do modelo de precificação que conduzirão a estimativas de valores diferentes do de mercado.

Um processo GARCH é selecionado mensalmente dentre os modelos GARCH (1,1) simétrico de Bollerslev (1986), TARARCH (1,1) de Glosten et al (1993) e EGARCH (1,1) de Nelson (1991), com base nos p-valores da estimativa de cada parâmetro e nos critérios Schwartz (1978) e Akaike (1970).<sup>viii, ix</sup> Estes processos são apresentados nas Equações 3, 4 e 5, respectivamente, onde  $\varepsilon_t$  é o resíduo da média condicional no período  $t$  e  $d_t$  é uma variável que assume valor um, quando  $\varepsilon_{t-1}$  é negativo e zero, caso contrário. Os parâmetros do processo GARCH ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\omega$ ) e adicionalmente  $\gamma$  para o TGARCH e o EGARCH também são atualizados mensalmente.

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \quad (3)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \text{ e} \quad (4)$$

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2). \quad (5)$$

Os testes para o *VaR* são realizados com os preços de fechamento diários, uma vez que o prazo comumente utilizado para o cálculo do valor em risco pelos bancos é um dia. Como consequência deste fato e levando-se em consideração a curta maturidade das opções no mercado brasileiro, surge a importância de se considerar o efeito determinístico da passagem do tempo sobre o prêmio da opção através da inserção de mais um termo, que contém a grega teta, na Equação 2.

$$VaR_{opção,t} = \Delta_t \times VaR_s - \frac{1}{2} (\text{sinal posição}) \Gamma_t \times VaR_s^2 - \theta x HP, \quad (6)$$

onde  $\theta$ , negativo para opções de compra, é a mudança do preço do derivativo devido à variação do tempo, e *HP* é o período de cálculo do *VaR*.

### 3. Amostra e Testes para Avaliação da Metodologia

A amostra consiste de séries de preços de fechamento de ações e opções de compra das empresas Telebrás, Globocabo e Petrobrás, no período de 21/09/98 a 15/04/02, obtidos do banco de dados da Bolsa de Valores de São Paulo.<sup>x</sup> O banco de dados é dividido em subperíodos para a realização dos testes e para cálculo das volatilidades. Um primeiro subperíodo, até 24/11/00, é utilizado apenas para estimação dos parâmetros do processo GARCH. Para cálculo da volatilidade implícita é necessário o conhecimento dos parâmetros da equação de Black & Scholes (1973). As taxas de juro prefixadas para todos os prazos de vencimentos das opções foram extraídas dos contratos de futuros de DI negociados na BM&F. O método de interpolação empregado é o *flat forward*.<sup>xi</sup> Apenas as opções com valores de mercado maiores que a diferença entre o preço da ação e o valor presente do preço de exercício, e as que apresentam um nível mínimo de liquidez de 5 negócios por dia são incluídas na amostra.<sup>xii</sup>

O período de estudo abrange nove vencimentos de opções. Na seleção das séries, busca-se obter o maior número de séries de opções em cada vencimento. A principal restrição é que as séries das opções de diferentes ativos sejam do mesmo tamanho e com observações nos mesmos dias de negócios. Este procedimento tem o objetivo de se diminuir a influência de uma série de determinado ativo nos resultados. O critério de exclusão das séries segue o critério de liquidez e de menor continuidade de negociação durante o período. A Tabela 1 apresenta o número de dias de negociação e de séries de opções da amostra para todos os vencimentos de contratos de opções.

Tabela 1 – Vencimentos dos Contratos de Opção, Número de Dias de Negociação e Quantidade de Séries Estudadas de cada uma das Opções de Petrobrás, Telemar e Globocabo.

Vencimento	18/12/00	19/2/01	16/4/01	18/6/01	20/8/01	15/10/01	17/12/01	18/2/02	15/4/02
Dias de Negociação	16	44	43	44	56	42	47	31	51
Nºde Séries de Opções de Cada Ativo-Objeto	4	5	4	4	3	3	4	3	3

Os conjuntos de portfólios são formados pela combinação das séries de opções de dois ativos-objeto. Um último conjunto inclui as opções dos 3 ativos considerados.<sup>xiii</sup> Para cada conjunto e para cada vencimento, formam-se todos os portfólios possíveis. Dessa forma, a quantidade de portfólios de cada conjunto é igual ao número de séries de opções elevado ao número de ativos-objeto do conjunto. Por exemplo, para o conjunto Petrobras-Telemar, para o vencimento 18/12/00, há 4<sup>2</sup> portfólios de opções em cada dia de negociação.<sup>xiv</sup> Todos os portfólios são formados com posições compradas nas opções e a participação financeira de cada opção permanece constante em todos os dias de negociação. Também se utilizam as opções isoladas dos três ativos-objeto para se verificar o comportamento da metodologia quanto ao tempo para o vencimento.

Os testes para avaliação de previsões de intervalos de confiança de *VaR* empregados neste trabalho são o Não Condicional e de Independência de Christoffersen (1996), e o de

Lopez (1999). O Não Condicional (TNC) é um teste de proporção de falhas que se baseia na frequência das observações de resultados negativos das carteiras maiores que o VaR calculado, denominadas falhas ou exceções. A hipótese nula é que a proporção de falhas é igual ao nível de significância desejado. O Teste de Independência (TI) é um método condicional cuja hipótese nula é que não há concentração de exceções de *VaR* em dias consecutivos.

O teste de Lopez (1999) não é um teste estatístico. O teste fornece uma medida de erro que consiste no percentual de exceções somado ao somatório do quadrado das distâncias entre o *VaR* previsto e a perda ocorrida, quando o *VaR* é extrapolado. O teste é empregado para comparar a acurácia do modelo de *VaR* em diferentes períodos de tempo e em relação a outros modelos.

#### 4. Resultados

A Tabela 2 apresenta os resultados dos testes de Christoffersen para avaliação do VaR dos conjuntos de portfólios, com as volatilidades calculadas pelas metodologias GARCH e implícita.<sup>xv</sup> Os testes, não condicional e de independência, rejeitam a hipótese de que a metodologia empregada para cálculo do risco é adequada para valores maiores que o obtido pelo inverso da distribuição qui-quadrada do percentual do VaR, com um grau de liberdade. Para o teste de independência, com exceção do conjunto Telemar e Globocabo, se constata uma não rejeição da metodologia, o que pode significar que as exceções de VaR são independentes no tempo. Para o teste não condicional, com a volatilidade GARCH, a metodologia apresenta melhores resultados para VaRs calculados para graus de confianças maiores, 98% e 99%. Quando a volatilidade implícita é comparada com a GARCH, os resultados do teste não condicional são melhores para o coeficiente de segurança de 95%, semelhantes para o de 98% e piores para o de 99%.

Tabela 2 – Avaliação do Valor em Risco pela Metodologia Delta-Gama, com Volatilidades GARCH e Implícita, para o Total dos Conjuntos de Portfólios de Opções, no período de 27/11/00 a 15/04/02. Os Testes de Não-Condicionabilidade (TNC) e de Independência (TI) de Christoffersen (1996) são aplicados.

Conjunto de Portfólios	Teste	Delta-Gama GARCH			Delta-Gama ISD		
		95%	98%	99%	95%	98%	99%
Petrobras e Telemar	TNC	40,84	2,54*	2,02*	9,06	0,21*	11,25
	TI	3,09*	2,33*	6,19*	4,38	3,34*	6,78
Petrobras e Globocabo	TNC	37,75	6,14	0,02*	3,11*	1,88*	13,02
	TI	2,69*	3,56*	3,09*	7,68	5,24*	6,23*
Telemar e Globocabo	TNC	27,25	1,09*	2,94*	0,36*	10,57	35,56
	TI	11,10	26,89	17,63	13,87	15,49	16,38
Petrobras, Telemar e Globocabo	TNC	34,86	4,72*	2,94*	12,80	0,05*	6,55*
	TI	2,33*	3,09*	5,60*	2,38*	IND	0,90*

Observação: Valores em asteriscos indicam que o modelo de *VaR* não é rejeitado. Valores indeterminados (IND) no teste de independência indicam que não há duas exceções de *VaR* consecutivas na amostra.

O resultado esperado do teste de proporção de falhas é a não rejeição da metodologia Delta-Gama no *VaR* com coeficiente de segurança de 95%. Contudo, os resultados não foram satisfatórios, principalmente ao se utilizar a volatilidade GARCH. Ao se considerar os três coeficientes de segurança, os resultados são inconclusivos quanto à melhor estimativa de volatilidade para o cálculo do *VaR* por esta metodologia.

Tendo em vista o desempenho insatisfatório no teste de proporção de falhas, verifica-se se a metodologia Delta-Gama apresenta resultados distintos quanto às observações de opções agrupadas de acordo com o *moneyness*. As observações de opções são divididas de

acordo com a razão entre o preço do ativo-objeto e o valor presente do preço de exercício da opção e foram classificadas como fora-do-dinheiro, quando esta relação era menor que 0,95, no-dinheiro, quando se situou entre 0,95 e 1,05, e dentro-do-dinheiro, quando era maior que 1,05.<sup>xvi</sup> Devido à amostragem pequena de cada grupo de *moneyness* e a conseqüente possibilidade de um viés caso se aplicasse algum teste de proporção de falhas, o teste de Lopez (1999) foi o mais adequado para a análise. A Tabela 3 apresenta o resultado comparativo do teste de Lopez, para todo o período, para as volatilidades implícita e a calculada por um processo GARCH. Os resultados do teste apresentados na tabela estão divididos pelas quantidades de observações de opções em cada grupo de *moneyness*, com o objetivo de gerar uma medida de erro médio, a fim de tornar possível a comparação entre os resultados.

Tabela 3 –Medidas de Erro do Teste de Lopez em Relação às Observações de Opções Agrupadas de acordo com a Proximidade do Dinheiro (*Moneyness*), para cada Conjunto de Portfólios, para ambas Volatilidades, no Período de 27/11/00 a 15/04/02.

Conjuntos de Portifólios	Quantidade	Moneyness	Delta-Gama / GARCH			Delta-Gama / ISD		
			95%	98%	99%	95%	98%	99%
Petrobrás e Telemar	140	Fora-do-Dinheiro	0,10	0,09	0,08	0,10	0,09	0,08
	155	No-Dinheiro	0,00	0,00	0,00	0,02	0,01	0,01
	181	Dentro-do-Dinheiro	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Petrobrás e Globocabo	174	Fora-do-Dinheiro	0,05	0,04	0,04	0,08	0,06	0,05
	53	No-Dinheiro	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00
	171	Dentro-do-Dinheiro	0,00	0,00	0,00	0,03	0,02	0,02
Telemar e Globocabo	218	Fora-do-Dinheiro	0,06	0,05	0,05	0,07	0,06	0,06
	69	No-Dinheiro	0,00	0,00	0,00	0,07	0,05	0,03
	190	Dentro-do-Dinheiro	0,00	0,00	0,00	0,02	0,02	0,02
Petrobrás, Telemar e Globocabo	127	Fora-do-Dinheiro	0,11	0,07	0,10	0,10	0,07	0,11
	45	No-Dinheiro	0,00	0,00	0,00	0,03	0,02	0,02
	124	Dentro-do-Dinheiro	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00

Observa-se que a metodologia Delta-Gama com volatilidade GARCH não apresenta um bom desempenho, pois não captura as exceções de *VaR* para as opções dentro-do-dinheiro e no-dinheiro, enquanto que a metodologia com a volatilidade implícita apresenta exceções distribuídas entre todas as situações de *moneyness*. Para ambas as volatilidades, a escala de erro das opções fora-do-dinheiro é grande. Isto pode indicar um maior número de exceções e uma maior distância entre as perdas reais e o *VaR*. Esta constatação já havia sido confirmada na literatura por Zangari (1996) e por Fallon (1996), que alertam para os desempenhos insatisfatórios produzidos pela metodologia quando as opções estão fora-do-dinheiro.

Outro ponto a destacar na Tabela 3 é que as opções fora-do-dinheiro do conjunto Petrobras-Telemar-Globocabo apresentam valores do teste de Lopez mais altos para o *VaR* de 99% do que para o de 98%. Para ativos lineares e para carteiras de opções de compra, todas compradas, esse fato não deveria ser possível. Entretanto, a fórmula usada pode conduzir a correções exageradas da convexidade que não represente o valor em risco correto. Note que a convexidade usada para correção do risco delta, equação (2), é pontual e que deve funcionar bem para pequenos valores de *VaRs*. A fórmula usada não inclui um ajuste para mudanças na convexidade. Isto pode ser crítico para grandes variações do ativo-objeto, refletidas em grandes valores em risco. Para uma posição comprada em uma opção, haverá mais exceções para um *VaR* de percentual mais alto quando a condição inicial  $\Delta > 0,5 \Gamma \sigma S (\alpha_1 + \alpha_2)$  não for atendida, onde  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são quantis dos percentuais de *VaR* comparados.<sup>xvii</sup>

Zangari (1996) aponta ainda grandes erros para a metodologia Delta-Gama em opções isoladas, no-dinheiro, com curta maturidade. A fim de verificar a possibilidade deste

comportamento no mercado brasileiro, a Tabela 4 apresenta, para as opções isoladas, o erro do teste de Lopez dividido pela quantidade de observações de opções em cada maturidade/*moneyness*, para o *VaR* de 95%.

Tabela 4 - Medidas de Erro da Metodologia Delta-Gama pelo Teste de Lopez, para o *VaR* de 95%, para as Opções de Petrobrás, Telemar e Globocabo, no Período de 27/11/00 a 15/04/02, de Acordo com a Proximidade do Dinheiro (*Moneyness*) e com o Tempo para Vencimento.

Opções Isoladas	Moneyness	Delta-Gama / GARCH				Delta-Gama / ISD			
		Tempo para o Vencimento (dias)				Tempo para o Vencimento (dias)			
		0 - 10	10 - 20	20 - 40	> 40	0 - 10	10 - 20	20 - 40	> 40
Petrobrás	Fora-do-Dinheiro	0,19	0,13	0,03	0,00	0,25	0,24	0,13	0,02
	No-Dinheiro	0,06	0,04	0,01	0,00	0,12	0,07	0,06	0,07
	Dentro-do-Dinheiro	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,04	0,03	0,04
Telemar	Fora-do-Dinheiro	0,28	0,18	0,01	0,00	0,20	0,18	0,10	0,02
	No-Dinheiro	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,25	0,01	0,03
	Dentro-do-Dinheiro	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,02	0,01	0,04
Globocabo	Fora-do-Dinheiro	0,00	0,01	0,01	0,00	0,04	0,08	0,06	0,06
	No-Dinheiro	0,13	0,05	0,03	0,00	0,19	0,31	0,12	0,22
	Dentro-do-Dinheiro	0,00	0,00	0,00	0,03	0,04	0,19	0,04	0,05

A Tabela 4 ratifica o viés das opções fora-do-dinheiro e explicita o viés das opções no-dinheiro com curta maturidade. Para maturidade menor que 20 dias úteis, verifica-se uma escala de erros maior para estas opções, devido à maior variabilidade do delta quando a opção está no-dinheiro e do gama quando o vencimento da opção está muito próximo. Isto pode ser verificado, no caso da volatilidade implícita, para a opção de Globocabo, por exemplo, que apresenta uma medida de erro de 0,50 para os primeiros 20 dias úteis, em um total de 0,84 para todo o período. Os resultados da tabela sugerem também que quanto maior o número de dias para o vencimento, menor a medida de erro produzida pela metodologia em todos os *moneyness*.

É importante destacar que o prêmio das opções perde valor com o passar do tempo, o que pode estar enviesando os resultados. Assim sendo, utiliza-se a metodologia Delta-Gama-Teta que considera o efeito da passagem do tempo (Equação 6) no cálculo do *VaR* pela metodologia Delta-Gama e replica-se os testes referentes às Tabelas 2 e 4. A Tabela 5 apresenta a avaliação do *VaR* com volatilidade implícita segundo os testes de Christoffersen.<sup>xviii</sup> Ao se comparar estes resultados com a Tabela 2, verifica-se uma melhora no desempenho para o *VaR* de 95%, uma vez que todos os conjuntos de portfolios não são rejeitados. Para o *VaR* de 98%, como na metodologia Delta-Gama, há não rejeição em três dos

para o todos são

Tabela 5 – Avaliação do *VaR* pela Metodologia Delta-Gama-Teta, com Volatilidade Implícita, para o Total dos Conjuntos de Portfolios de Opções, no período de 27/11/00 a 15/04/02. Os Testes de Não-Condicionabilidade (TNC) e de Independência (TI) de Christoffersen (1996) são aplicados.

quatro conjuntos e, *VaR* de 99%, os conjuntos rejeitados.

Conjunto de	Teste	Delta-Gama-Teta ISD		
		95%	98%	99%
Petrobras e Telemar	TNC	3,11*	1,88*	21,07
	TI	11,34	19,36	22,70
Petrobras e Globocabo	TNC	0,12*	4,98*	21,07
	TI	13,00	10,81	12,31
Telemar e Globocabo	TNC	0,25*	17,79	64,91
	TI	23,47	19,68	24,47
Petrobras, Telemar e Globocabo	TNC	3,74*	1,32*	14,90
	TI	4,99	2,38*	2,38*

Observação: Valores em asteriscos indicam que o modelo de *VaR* não é rejeitado. Valores indeterminados (IND) no teste de independência indicam que não há duas exceções de *VaR* consecutivas na amostra.

A boa performance da metodologia Delta-Gama-Teta para o *VaR* de 95% é detalhada na Tabela 6, na qual se avalia o desempenho por *moneyness* e tempo para o vencimento. O objetivo é verificar se a inclusão do efeito passagem do tempo consegue diminuir os vieses da metodologia para as opções fora-do-dinheiro e para as opções no-dinheiro com curta maturidade.

Ao se comparar os resultados da Tabela 6 com os da Tabela 4, não se verifica uma redução das medidas de erro com a inclusão do efeito passagem do tempo no cálculo do *VaR*. Em alguns casos se verificam erros maiores. Porém, o teste de diferença de médias demonstra que os valores da metodologia Delta-Gama-Teta só são estatisticamente diferentes da Delta-Gama para as opções fora-do-dinheiro para o *VaR* de 95%. Dessa forma, verifica-se que a metodologia Delta-Gama-Teta apresenta resultados bastante superiores no teste de proporção de falhas (Tabela 5), mas não diminui as falhas referentes à proximidade do dinheiro e à maturidade.

Tabela 6 - Medidas de Erro da Metodologia Delta-Gama-Teta pelo Teste de Lopez, para o *VaR* de 95%, para as Opções de Petrobrás, Telemar e Globocabo, no Período de 27/11/00 a 15/04/02, de Acordo com a Proximidade do Dinheiro (*Moneyness*) e com o Tempo para Vencimento.

Opções Isoladas	Moneyness	Delta-Gama-Teta / ISD			
		Tempo para o Vencimento (dias)			
		0 - 10	10 - 20	20 - 40	>40
Petrobrás	Fora-do-Dinheiro	0,27	0,27	0,13	0,10
	No-Dinheiro	0,12	0,11	0,08	0,09
	Dentro-do-Dinheiro	0,00	0,04	0,03	0,03
Telemar	Fora-do-Dinheiro	0,27	0,33	0,11	0,02
	No-Dinheiro	0,00	0,30	0,02	0,06
	Dentro-do-Dinheiro	0,00	0,02	0,01	0,04
Globocabo	Fora-do-Dinheiro	0,08	0,08	0,07	0,06
	No-Dinheiro	0,19	0,31	0,13	0,22
	Dentro-do-Dinheiro	0,04	0,19	0,04	0,05

## 5. Conclusões e Considerações Finais

O objetivo deste trabalho é avaliar a metodologia Delta-Gama e Delta-Gama-Teta no cálculo do valor em risco para portfólios de posições compradas de opções no mercado brasileiro. As volatilidades empregadas são a implícita de Black & Scholes e a calculada por um processo GARCH. Considera-se o comportamento das metodologias quanto à proximidade do dinheiro e quanto ao tempo para vencimento.

Os resultados mostram que a metodologia Delta-Gama-Teta responde melhor ao teste de proporção de falhas para o *VaR* de 95% que a Delta-Gama. Para o *VaR* de 98% as performances são semelhantes. Para o *VaR*, calculado para níveis de seguranças mais restritivos, a metodologia Delta-Gama mostra um melhor desempenho. Para carteiras



formadas com opções de mesmo *moneyness* constata-se uma performance insatisfatória das metodologias no teste de proporção de falhas, principalmente para as fora-do-dinheiro. Em relação ao tempo para vencimento, foram verificados grandes erros para as opções no-dinheiro com curta maturidade e medidas de erro menores para opções com maior tempo para o vencimento.

A metodologia Delta-Gama captura as exceções de *VaR* ao utilizar a implícita de Black & Scholes em todas as situações de *moneyness*, enquanto que ao empregar a volatilidade GARCH não consegue capturá-las para as opções no-dinheiro e dentro-do-dinheiro. Neste aspecto, vale destacar a limitação deste trabalho referente às volatilidades empregadas. Para o cálculo do *VaR* para o dia seguinte, nem a implícita nem a volatilidade calculada pelo processo GARCH representam a volatilidade consistente para o período. A implícita porque é uma taxa constante equivalente das volatilidades para todo período até o vencimento e não apenas para o dia seguinte. A volatilidade GARCH porque pode conduzir a opção a um preço diferente do de mercado quando utilizado como parâmetro da fórmula de Black & Scholes. Dessa forma, procedimentos diferentes de estimação de volatilidades podem ser necessários a fim de diminuir os erros verificados na metodologia Delta-Gama neste trabalho. Finalmente, resta frisar que o presente trabalho se restringe a avaliar a influência dos fatores variação do preço do ativo-objeto e passagem do tempo no preço da opção, segundo a metodologia Delta-Gama e Delta-Gama-Teta, no *VaR* de portfólios de carteiras compradas de opções de compra. Os fatores de risco volatilidade do ativo-objeto e taxa de juros do ativo livre de risco não são contemplados.

<sup>i</sup> Para maiores detalhes, ver Jorion (1997).

<sup>ii</sup> O modelo de B&S utilizado não prevê distribuição de dividendos. Outros modelos de precificação de opções poderiam ser empregados.

<sup>iii</sup> Ver Becker e Lemgruber (2001) e Cunha, Jr e Lemgruber (2002).

<sup>iv</sup> Para a dedução das fórmulas de delta, gama e outras ver Hull (2003).

<sup>v</sup> A Companhia Brasileira de Liquidação e Custódia (CBLC) também considera que as correlações entre as opções são iguais a um para cálculo das margens de garantia.

<sup>vi</sup> Ver Barone-Adesi et al (1998).

<sup>vii</sup> GARCH significa Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic e é uma versão generalizada do ARCH de Engle (1982).

<sup>viii</sup> Estes métodos se baseiam no critério de aderência que visa comparar medidas de defasagens de modelos alternativos estimados com o mesmo número de observações. Para maiores detalhes dos métodos, ver Griffiths et al (2000).

<sup>ix</sup> Os modelos TARCH e EGARCH foram incluídos para que fosse possível modelar se o efeito alavancagem no cálculo da volatilidade. A sigla TARCH significa Threshold Autoregressive Conditional Heteroskedastic e a EGARCH, Exponential GARCH.

<sup>x</sup> As cotações, livres de ajustes, das ações foram obtidas pelo sistema de informação ECONOMÁTICA.

<sup>xi</sup> Esta metodologia para interpolações de taxas prefixadas é sugerida pelo RiskMetrics<sup>TM</sup> (1994) e vem sendo usada por diversas mesas de negociações de instituições financeiras, segundo Cunha Júnior e Lemgruber (2002).

<sup>xii</sup> Mesma classificação adotada por Barros e Lemgruber (2000).

<sup>xiii</sup> Os conjuntos são Petrobras-Telemar, Petrobras-Globocabo, Telemar- Globocabo e Petrobras-Telemar-Globocabo.

<sup>xiv</sup> Para os conjuntos com dois ativos-objetos, o tamanho da população para todos os vencimentos é 10.749.542.400 ( $= 4^2 * 5^2 * 4^2 * 4^2 * 3^2 * 3^2 * 4^2 * 3^2 * 3^2$ ). Para o com três, o tamanho é 1.114.512.556.032.000.

<sup>xv</sup> Para os ativos Globocabo e Telemar, o modelo de variância GARCH mais parcimonioso e que melhor se enquadrou à série de retornos foi sempre o GARCH (1,1). Para o ativo Petrobrás, houve uma alternância entre os modelos GARCH (1,1), para os dois primeiros meses de 2001 e de outubro a março de 2002, e TARCH (1,1).

<sup>xvi</sup> Mesma classificação utilizada por Donangelo, Silva e Lemgruber (2001).

<sup>xvii</sup> Considere o *VaR* calculado para uma posição comprada em uma opção de compra, para dois coeficientes de segurança diferentes, *A* e *B*, o primeiro maior que o segundo.  $\square_A > \square_B$ , onde  $\square$  é o quantil da distribuição normal padronizada. Para que  $VaR_{A\%} > VaR_{B\%}$ , pela metodologia delta-gama, tem-se que:

$$\Delta \sigma \alpha_A S - \frac{1}{2} \Gamma S^2 \alpha_A^2 \sigma^2 - \left[ \Delta \sigma \alpha_B S - \frac{1}{2} \Gamma S^2 \alpha_B^2 \sigma^2 \right] > 0$$

$$\Delta \sigma S (\alpha_A - \alpha_B) - \frac{1}{2} \Gamma S^2 \sigma^2 (\alpha_A^2 - \alpha_B^2) > 0$$

$$\Delta - \frac{1}{2} \Gamma S \sigma (\alpha_A + \alpha_B) > 0$$

Se essa condição não for atendida o *VaR* calculado para um coeficiente de segurança inferior é maior do que o *VaR* calculado para um coeficiente de segurança maior.

<sup>xviii</sup> A volatilidade implícita de Black & Scholes é selecionada por ter apresentado um melhor desempenho, na metodologia Delta-Gama, quanto à proximidade do dinheiro.

## Referências

- AKAIKE, H. Statistical Predictor Identification, **Ann. Inst. Stat. Math.**, vol. 22, pp. 203–217, 1970.
- BARBEDO, C.; **Avaliação do Valor em Risco de um Portfolio de Opções segundo as Metodologias Delta-Gama e Simulação Histórica Filtrada**. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2002. Dissertação (Mestrado em Administração).
- BARROS, P.; LEMGRUBER, E.F. **Análise da Relação entre Liquidez e Ganhos de Arbitragem no Mercado de Opções da Telebrás após o Plano Real**. ENANPAD. 1997.
- BARONE-ADESI, G.; BOURGOIN, F; GIANNPOULOS, K. Don't Look Back, **Risk**, Agosto 1998.
- BECKER, J.; LEMGRUBER, E.F. uma Análise de Estratégias de Negociação no Mercado Brasileiro de Opções: Evidências a partir das Opções de Compra mais Negociadas durante o Plano Cruzado. **Gestão de Risco e Derivativos - Aplicações no Brasil**. Coppead. Ed. Atlas. 2001.
- BLACK, F.; SCHOLES, M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities, **Journal of Political Economy**, 81 (3): 637-59, May 1973.
- BM&F. Serviços. Sistema de Recuperação de Informações. Resumo Estatístico do Pregão. DI-1 dia. Disponível em [www.bmf.com.br](http://www.bmf.com.br). Acesso em: 03 dez. 2002.
- BOLLERSLEV, T. Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, **Journal of Econometrics**, 31, 307-327, 1986.
- CHRISTOFFERSEN, P.F. Evaluating Interval Forecasts, **International Economic Review**, v. 39, pp. 841-862, 1998.
- CUNHA JR, D.; LEMGRUBER, E. F. **Opções de Dólar no Brasil com Taxas de Juro e de Cupom Estocásticos**, IX Congresso COPPEAD de Administração, Novembro 2002.
- DONANGELO, A. ; SILVA, W; LEMGRUBER, E.F. Estimadores de Volatilidades para Modelos de Valor em Risco de Ativos Lineares e Não-Lineares: Investigação para Períodos de Crises e Estáveis no Mercado Brasileiro. **Gestão de Risco e Derivativos - Aplicações no Brasil**. Coppead. Ed. Atlas. 2001.
- DUFFIE, D.; PAN, J. An Overview of Value at Risk, **Journal of Derivatives**, 4, Spring, 1997.
- ECONOMATICA: Banco de Dados. Universidade Federal do Rio de Janeiro – COPPEAD. Centro de Estudos em Finanças e Controle. Rio de Janeiro, 2002.
- FALLON, W. **Calculating value at risk**. S.l.: Wharton School Financial Institutions Center, Working Paper, 1996.
- FAMA, E. F. The Behaviour of Stock-Market Process, **The Journal of Business**, 38, 34-105,

1965.

FINGER, C. (1997): When is a Portfolio of Options Normally Distributed? **RiskMetrics Monitor**, Third Quarter (September 15), pp. 33-41.

GLOSTEN, L.R., JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Normal Excess Return on Stocks, **Journal of Finance** 48, 1779-1801, 1993.

GRIFFITHS, W.; HILL, C.; JUDGE, G. **Econometria**. 1ª edição, São Paulo, 2000, Editora Saraiva.

HULL, J. **Options, Futures and other Derivatives**. Upper Saddle River: Prentice Hall, third edition, 1997.

JORION, P. **Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk**. 1<sup>st</sup>. Edition, McGraw-Hill, 1997.

KENDALL M. The Analysis of Economic time-Series, **Journal of the Royal Statistical Society**, 96, 11-25, 1953.

LEMGRUBER, E.; OHANIAN, G. **O Modelo de Projeção de Volatilidade do Riskmetrics™ e a Hipótese de Distribuição Normal Condicional para Alguns Fatores de Risco do Brasil**, ENANPAD, 1997.

LOPEZ, J.A. **Regulatory evaluation of Value-at-Risk Models**. New York: Federal Reserve Bank of New York, 1998.

MANDELBROT, B. The Variation of Certain Speculative Prices, **The Journal of Business**, 36, pp. 394-419, 1963.

MCCLAVE, J.; BENSON, P. **Statistics for Business and Economics**, 7ª ed., Prentice-Hall, 1998.

MOLLICA, M. A. **Uma Avaliação de Modelos de Value at Risk: comparação entre métodos tradicionais e modelos de variância condicional**. São Paulo: FEA/USP, 1999. Dissertação. (Mestrado em Administração).

NELSON, D. B. Conditional Heterosketasticity in Asset Returns: a New Approach, **Econometrica** 59, 347-370, 1991.

PICANÇO, M. **Valor-em-Risco para Ativos Não-Lineares: Análise dos Resultados para Diferentes Metodologias de Cálculo para o Mercado de Opções e Spreads em Ações Telebrás**. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2000. Dissertação (Mestrado em Administração)

PRITSKER, M. Evaluating Value-at-Risk Methodologies: Accuracy versus Computational Time, **Journal of Financial Services Research**, (October/December), pp. 201-241, 1997.

RISKMETRICS GROUP. **RiskMetrics - Technical Document**. New York - J. P. Morgan, 1994.

ROVETTA, R. **Estudo do Conceito de Value at Risk (VaR) e sua Aplicação para Carteiras Formadas por Opções**. Rio de Janeiro: PUC – Departamento de Engenharia Industrial, 1999. Dissertação de Mestrado.

SHWARTZ, G. Estimating the Dimension of a Model, **Ann. Stat.**, vol. 6, p. 461–464, 1978.

ZANGARI, P. How Accurate is the Delta-Gamma Methodology? **Riskmetrics Monitor**; 3Q, 1996.