

# **Aplicação de Análises de Variância Univariada e Multivariada no Estudo das Diferenças dos Betas entre Setores**

Autoria: Wilson Toshiro Nakamura, Johan Poker Jr. e Leonardo Fernando Cruz Basso

## **Resumo**

É comum a prática de se usar betas setoriais para diversas finalidades, partindo-se do pressuposto de que eles refletem corretamente os riscos específicos e inerentes aos vários setores de atividade econômica. O uso de betas setoriais (ou de indústria, como também são chamados) tem como apelos o fato de que nem sempre é possível obter com facilidade uma confiável estimativa de beta de empresas de capital fechado, e o fato de que betas da carteira de um setor reduzem significativamente o erro de estimativa. Em nosso estudo, tomamos uma amostra representativa de setores de atividade da economia brasileira (alimentos, metalurgia, siderurgia, petroquímico, mineração, papel e celulose e bancos), considerando trinta empresas que têm mantido ações negociadas em bolsa pelo menos desde 1986. Verificamos que, com base em análises de variância univariada e multivariada, os betas médios setoriais dependeram das condições macroeconômicas vigentes no país e que em dois dos períodos analisados (1990 a 1993 e 1994 a 2000) o valor dos betas médios setoriais não distinguiu com significância os diferentes setores considerados.

## **1. Introdução**

O uso de betas principalmente no contexto do *capital asset pricing model* – CAPM tem sido bastante intenso, seja no campo da pesquisa científica em finanças, seja no campo prático. Esta grande popularização do beta e da sua principal teoria subjacente se deve a vários motivos, mas principalmente ao fato de que o CAPM qualifica-se como uma teoria consistente e bem fundamentada no campo da teoria financeira e tem uma lógica econômica que se aproxima muito da intuição das pessoas acerca da correta relação entre risco e retorno.

Em que pese a conhecida a polêmica acerca da validade do CAPM e conseqüentemente do uso do seu beta, relatada em muitos livros e artigos científicos, a bem da verdade até hoje não surgiu nenhum modelo alternativo que claramente o substituísse, como é o caso, por exemplo, do *arbitrage pricing theory* – APT, modelo este que surgiu nos anos 70, mas que até hoje não é usado tão largamente quanto o CAPM.

Neste trabalho, não estivemos especialmente interessados em discutir a já bastante explorada questão da validade do CAPM. O que procuramos estudar é a questão da diferença entre os setores de atividade industrial do ponto de vista de beta. Ou seja, preocupamo-nos em testar estatisticamente se os betas médios entre os setores são suficientemente diferentes a ponto de podermos afirmar que efetivamente as empresas de mesmo setor possuem betas que são mais próximo entre si do que os betas de empresas de outros setores.

Para tanto, definimos um longo período de estudo, que foi decomposto em três subperíodos relevantes, a saber 1986 a 1989, 1990 a 1993 e 1994 a 2000. A escolha desses subperíodos levou em conta as mudanças de regime que observamos na economia brasileira nesses últimos aproximadamente quinze anos, ou seja, Plano Cruzado e Plano Verão, Plano Collor e Plano Real. Embora não conheçamos teoria que justifique possíveis mudanças de betas de empresas e de setores por conta da mudança de regime econômico, pareceu-nos oportuno estudar empiricamente o comportamento dos betas ao longo de muitos anos e vários regimes, e não apenas ao longo de um único período mais recente.

## 2. Referencial teórico

O uso do beta como medida de risco está bastante disseminado, seja no campo do mercado de capitais, seja no campo da prática empresarial. Só para citar alguns usos comuns do beta como medida de risco e fator fundamental de estimativa de retorno esperado, temos:

- Precificação de ações.
- Seleção de títulos para carteiras.
- Hedge de carteira de títulos.
- Estimativa de custo de capital.
- Avaliação de empresas e negócios.
- Etc.

Indubitavelmente, o uso do beta se deve principalmente ao CAPM, criado por Sharpe (1964) e Lintner (1965), que o definiu como medida relevante de risco, chamado de risco sistemático, ou risco de mercado. Antes do CAPM, a teoria que pela primeira vez tratou a relação risco e retorno de uma maneira mais formal e teoricamente consistente foi a denominada teoria de carteiras, criada por Markowitz (1952), e que, dentre outros ensinamentos trouxe a idéia de carteiras eficientes, que estabelecem a melhor relação dentre todas as possíveis entre risco, medido por desvio-padrão, e retorno esperado. Nas bases da teoria de Markowitz está a idéia de que qualquer um pode, combinando títulos não correlacionados de forma perfeita, eliminar parte do risco existente na carteira formada, por conta do chamado efeito de diversificação.

Markowitz criou uma teoria normativa de maximização de retorno de investimentos. Os investidores podem trabalhar com carteiras bem diversificadas e a partir daí o que interessa é o quanto um ativo contribui para o risco da carteira, sendo esse nível de contribuição dado pelo beta do ativo.

O CAPM, portanto, foi uma teoria decorrente da teoria tradicional de carteiras, em que se supõe adicionalmente que as pessoas tem expectativas homogêneas e portanto trabalham com a mesma carteira ótima, chamada carteira de mercado.

O beta, no contexto do CAPM, é dado pelo quociente entre a covariância dos retornos de um ativo com os retornos do mercado e a variância dos retornos do mercado. Porém, para fins práticos, costuma-se estimar o beta com base no denominado modelo de mercado, em que o retorno do ativo é tomado como variável dependente, o retorno do mercado é tomado como variável independente e o beta corresponde ao coeficiente angular do modelo estimado.

De acordo com alguns autores, empresas do mesmo setor tendem a ter betas parecidos, por conta de alguns aspectos. Em primeiro lugar, um dos fundamentos que determinam o beta das empresas é o tipo de negócio em que a empresa atua. Há negócios mais arriscados e negócios menos arriscados na economia dos países. Segundo Brealey e Myers (1999) e Damodaran (1997), pelo menos dois fatores ajudam a entender o risco do negócio inerente a um setor de atividade econômica e que tende a guardar relação com o beta das empresas desse setor: “ciclicidade” e alavancagem operacional. Por “ciclicidade”, entende-se o grau de sensibilidade de um setor a movimentos gerais da economia, seja períodos de recessão, seja períodos de crescimento. Por alavancagem operacional, entende-se o grau de intensidade no uso de ativos fixos na estrutura de gastos da empresa. Ambos os fatores, combinados ou não, tendem a explicar, segundo os referidos autores, o quão sensível é uma empresa inserida num determinado setor de atividade.

Em segundo lugar, os betas de empresas do mesmo setor podem se assemelhar por conta de políticas de endividamento parecidas. Ou seja, até por conta dos riscos de negócio

semelhantes, empresas do mesmo setor tendem a se endividar mais ou menos da mesma forma, por conta da combinação desejada entre risco do negócio e risco financeiro que não torne a estrutura de capital da empresa excessivamente arriscada. Há que se lembrar, ainda, que os credores da empresa normalmente impõem restrições maiores ou menores quanto a índices de endividamento permissíveis, conforme o ramo de atividade da empresa e o perfil dos seus resultados operacionais.

Em terceiro lugar, os fatores de mercado tendem a afetar de modo particular empresas que façam parte do mesmo setor de atividade, na medida em que tais empresas estão sujeitas normalmente aos mesmos fatores críticos de sucesso e estão submetidas às mesmas regras de negócio.

De acordo com Harrington (1987), diferentes betas para diferentes indústrias podem simplesmente significar que empresas na mesma indústria operam em mercados de produtos similares com o mesmo ou similar meios de produção. Conforme pode ser observado nos cálculos de betas de indústrias normalmente feitos nos Estados Unidos, os betas de empresas dentro da maioria das indústrias são muito similares. Em outras indústrias observa-se faixas mais dispersas. Isto sugere que o uso de um índice único, representando todo o mercado, pode ser inadequado se índices múltiplos, específicos de cada indústria refletem melhor o verdadeiro subjacente processo gerador de retornos.

King (1966) fez um estudo concluindo que o índice de mercado conta com aproximadamente cinquenta por cento da volatilidade dos retornos da ação e outros dez por cento poderiam ser atribuídos à classificação industrial, especificamente os grupos de códigos do SIC (Standard Industrial Classifications), usados pelo Departamento do Comércio dos Estados Unidos. Dessa forma, ele conclui que os índices da indústria poderiam melhorar os resultados de regressão. Outros estudos também chegaram a conclusões parecidas.

Baseado no resultado desses estudos, possivelmente o beta calculado tradicionalmente não refletiria plenamente o fator correspondente ao setor industrial, podendo induzir a uma rejeição da hipótese de que os setores possuem betas diferentes entre si, baseado nos betas das empresas que compõem esses setores.

Em que pese a controvérsia acerca da validade ou não de se utilizar betas médios setoriais, alguns autores, como por exemplo, Brealey e Myers (2000), sugerem o uso dos mesmos para fins de estimativa de custo de capital próprio, baseado na idéia de que betas médios setoriais tendem a cancelar erros de estimação. Para tanto, os autores mencionam um estudo elaborado junto a empresas da indústria farmacêutica dos Estados Unidos.

### **3. Metodologia e análise dos resultados**

Conforme dito anteriormente, o objetivo deste artigo é uma tentativa de identificar diferenças, entre os setores de atividade industrial selecionados, usando para tanto seus betas médios, calculados usando um conjunto de empresas que consideramos representá-los. Foram colhidas informações referentes a empresas selecionadas de sete diferentes setores em três diferentes períodos.

Os setores e as correspondentes empresas de cada setor analisados estão destacados na Tabela 1 a seguir:

**Tabela 1 – Amostra de empresas e respectivos setores de atividade econômica**

<b>Setores</b>	<b>Número de empresas</b>	<b>Empresas consideradas</b>
----------------	---------------------------	------------------------------

Alimentos	3	Bunge Alimentos, Sadia, J. B. Duarte
Siderurgia	3	Aços Villares, Acesita, Belgo Mineira
Mineração	3	Magnesita, Vale do Rio Doce, Paranapanema
Petroquímico	4	Copene, Oxiteno, Trikem, Unipar
Papel e celulose	5	Aracruz, Ripasa, Suzano, Klabin, Votorantim
Metalúrgico	6	Confab, Ferro Ligas, Forjas Taurus, Metisa, Paraibuna, Saint Gobain Canal
Bancos	6	Banespa, Bradesco, Brasil, Sudameris, Unibanco, Itaú

A escolha dessas empresas e setores foi baseada na disponibilidade de dados de retornos mensais para praticamente todo o período de janeiro de 1986 a dezembro de 2000. Calculamos os retornos com base nos preços de fechamento das ações obtidos no banco de dados da Economatica Software de Apoio a Investidores Ltda.. A classificação das empresas entre diferentes setores da economia é obtida no próprio banco de dados onde os preços foram levantados.

Embora não tenhamos pego uma amostra mais ampla de setores da economia, seguramente abarcamos neste trabalho um subconjunto relevante e empresas que atuam na economia brasileira.

Para cada período estudado foram calculados os betas para as trinta empresas de diferentes setores, conforme mostrado na Tabela 2. O cálculo dos betas foi feito com base no modelo de mercado, utilizando-se a carteira teórica do Índice Bovespa como *proxy* da carteira de mercado. Em todos os casos o beta estimado apresentou significância ao nível de 1%, baseado no tradicional teste t de Student.

Com o objetivo de identificar significativas diferenças entre as médias dos betas médios setoriais, foi selecionada, inicialmente, a análise de variância (ANOVA), que pode ser definida como uma técnica para determinar qual amostra de dois ou mais grupos vem de populações de média igual, o que, no caso deste estudo, pode ser traduzido como: determinar quais setores tem betas médios amostrais, tão próximos, que não se possa afirmar que se tratam de setores diferentes.

Tendo-se o conhecimento, no entanto, de que uma análise com base em possíveis cenários macroeconômicos diferentes poderia trazer mais informação com respeito às diferenças setoriais e aliado ao interesse em ampliar o poder do teste, por meio da replicação, em intervalos de tempo, do cálculo dos betas médios a serem utilizados na análise, decidiu-se por realizar um experimento multivariado, configurando, portanto, uma análise de variância multivariável (MANOVA). A opção pela MANOVA e não pela Análise de Discriminante, deve-se ao interesse em reter o conhecimento do impacto de cada intervalo de tempo separadamente na resposta dada.

**Tabela 2 - Betas estimados para cada um dos subperíodos e o período total**

Ações	86 a 89	90 a 93	94 a 00	86 a 00	Setores da economia
ACESITA PN - ACES4	1,1336653	0,9630653	1,0228743	1,0839911	Siderurgia
AÇOS VILLARES PN - AVIL 4	1,071115	1,1611652	0,7902901	1,0314131	Siderurgia
BELGO MINEIRA PN - BELG 4	1,0295944	0,9359035	0,6285996	0,9178063	Siderurgia
BANESPA PN - BESP4	0,8729564	1,0047344	0,9436192	0,9438897	Bancos
BRADESCO PN - BBDC4	0,6034395	0,7300123	0,8265394	0,7412969	Bancos
BRASIL PN - BBAS4	0,9371153	0,9555056	1,0632599	0,9769939	Bancos
ITAUBANCO PN - ITAU4	0,636298	0,7625657	0,7639157	0,7593692	Bancos

UNIBANCO PN - UBBR4	0,5823124	0,2332135	0,7411777	0,5619035	Bancos
SUDAMERIS ON - BFIT 3	0,3334228	0,437637	0,5985996	0,5249409	Bancos
ARACRUZ PNB - ARCZ6	0,8730131	0,8594257	0,8759994	0,8778797	Papel e celulose
KLABIN PN - KLAB4	0,9637318	0,8014573	0,8054144	0,867421	Papel e celulose
RIPASA PN - RPSA4	1,0398332	0,8076555	0,9188006	0,9074341	Papel e celulose
SUZANO PN - SUZA4	0,8372317	0,9291455	0,7468576	0,866804	Papel e celulose
VOTORANTIM C P PN - VCPA4	0,8937138	0,9165341	0,9817496	0,9226614	Papel e celulose
BUNGE ALIMENTOS PN - CEVA4	1,0825958	1,001033	0,9553066	1,0224678	Alimentos
JB DUARTE PN - JBUD4	1,473258	0,5050917	0,5016849	0,883251	Alimentos
SADIA S/A PN - SDIA4	1,0188439	0,5050917	0,9241409	1,0899334	Alimentos
CONFAB PN - CNFB4	1,0461851	0,9663269	0,9182739	0,99921	Metalurgia
FERRO LIGAS PN - CPFL4	1,170395	0,9763411	0,9304875	0,9047251	Metalurgia
FORJAS TAURUS PN - FJTA4	0,6254246	0,3365076	0,7255137	0,5526701	Metalurgia
METISA PN - MTSA4	0,7847234	0,3874168	0,6144906	0,6243282	Metalurgia
PARAIBUNA PN - PRBN4	0,9211711	1,0530496	0,6295752	0,9300558	Metalurgia
SAINT GOBAIN CANAL PN - BARB4	0,9087385	0,6674026	0,7892987	0,7772749	Metalurgia
MAGNESITA PNA - MAGS5	0,8876937	0,8864227	0,7904625	0,9006699	Mineração
VALE DO RIO DOCE PNA - VALE5	1,0296228	0,9358262	0,9502612	0,9729562	Mineração
PARANAPANEMA PN - PMAM4	1,0288848	0,8954837	0,8457019	0,9473111	Mineração
COPENE PNA - CPNE5	1,0380434	0,9423412	0,9174431	0,9690998	Petroquímica
OXITENO PN - OXIT4	0,9873407	1,0102343	0,6874146	0,9366638	Petroquímica
TRIKEM PN - CPCA4	0,5196012	0,8877544	0,6597721	0,7437227	Petroquímica
UNIPAR PNB - UNIP6	1,2104526	1,0513931	0,9489198	1,0673003	Petroquímica

Para este teste foi assumida a independência dos betas médios entre os setores e nos três intervalos de tempo definidos para a amostra. Esta consideração foi feita em função das mudanças de cenário macroeconômico entre os três períodos selecionados. Além disso, foram assumidas respectivamente a equivalência da matriz de variância-covariância entre os setores e a normalidade das medidas das variáveis dependentes.

Para as considerações a seguir, levamos em conta um nível de confiança de 95%.

Ao analisar a hipótese de que os betas médios setoriais difeririam, detectamos uma rejeição fraca nos testes Lambda de Wilks, Índicio de Pillai e Índicio de Hotelling-Lawley (estes testes são os mais apropriados quando o experimento tem células amostrais de tamanho moderado), indicando que para todo o conjunto de períodos estudados não existem diferenças entre os betas médios setoriais capazes de identificar estes setores. Os resultados estão apresentados na Tabela 3. Para que um estudo MANOVA seja considerado apropriado existe, no entanto, um limitante quanto a quantidade de replicações em uma célula amostral, fundamentalmente para que ocorra as pressuposições necessárias para sua efetividade. Tal requisito não pode ser atendido apropriadamente, o que nos levou a um estudo ANOVA dentro de cada um dos períodos analisados. Tanto para ter as pressuposições para as análises cobertas como para investigar mais a fundo esta suposta igualdade.

**Tabela 3 - Testes estatísticos de hipótese sobre a igualdade dos betas médios setoriais**

Estatística	Valor	Função F	GL *	Pr>F
Lambda de Wilks	0,31048173	1,7038	18	0,0640
Índicio de Pillai	0,88838497	1,6127	18	0,0810

Indício de HL**	1,60786136	1,7567	18	0,0542
-----------------	------------	--------	----	--------

\* Graus de Liberdade

\*\* Hotelling-Lawley

Os estudos com resposta univariada (ANOVA) revelaram uma diferença significativa no beta médio setorial quando considerado somente o período compreendido entre janeiro de 1986 a dezembro de 1989. Nos outros dois períodos, de janeiro de 1990 a dezembro de 1993 e janeiro de 1994 a dezembro de 2000, o que acontece é a rejeição do teste que indicaria estas diferenças.

**Tabela 4 - Testes estatísticos para cada grupo ( teste F) para os períodos**

Período	GL*	Pr>F
1986 a 1989	6	<b>0,0192</b>
1990 a 1993	6	0,2156
1994 a 2000	6	0,9567

\* Graus de Liberdade

No primeiro período (1986 a 1989), a ANOVA resultou em uma distinção do setor de **alimentos** frente ao restante, como o de maior beta médio considerado, enquanto que o setor de **bancos** distinguiu-se dos demais como o de menor beta médio (vide Tabela 5). Tal resultado foi obtido utilizando-se do teste de Studentized-Newman-Keuls, método que permite comparar múltiplas médias ordenadas. O método foi selecionado entre as outras possibilidades existentes por ser o de maior poder em amostras de tamanho reduzido (controlar melhor o nível de erro experimental), pois utiliza uma correção em cada etapa de comparação. Outros testes possíveis foram utilizados, para efeito de comparação, como o de Tukey (vide Tabela 6), que resultou idêntico ao SNK (Studentized-Newman-Keuls) e o teste Duncan's Multiple Range (vide Tabela 7), sendo que este resultou em uma diferenciação não somente do setor de alimentos e bancos, mas também dos setores de **siderurgia** e **mineração**. Optamos no entanto por ficar com o teste Studentized-Newman-Keuls.

**Tabela 5 - Resultados do teste SNK (Studentized-Newman-Keuls) para o período de 1986 a 1989**

Grupo 1	Grupo 2	Média	Frequência	Setor
	B	1,1919	3	<b>Alimentos</b>
A	B	1,0781	3	Siderúrgico
A	B	0,9821	3	Mineração
A	B	0,9389	4	Petroquímico
A	B	0,9215	5	Papel e Celulose
A	B	0,9094	6	Metal
A		0,6609	6	<b>Bancos</b>

**Tabela 6 - Resultados do teste Tukey HSD para o período de 1986 a 1989**

Grupo 1	Grupo 2	Média	Frequência	Setor
	B	1,1919	3	<b>Alimentos</b>
A	B	1,0781	3	Siderúrgico
A	B	0,9821	3	Mineração
A	B	0,9389	4	Petroquímico
A	B	0,9215	5	Papel e Celulose
A	B	0,9094	6	Metal
A		0,6609	6	<b>Bancos</b>

**Tabela 7 - Resultados do teste Duncan's Multiple Range para o período de 1986 a 1989**

Grupo 1	Grupo 2	Média	Frequência	Setor
	B	1,1919	3	<b>Alimentos</b>
	B	1,0781	3	Siderúrgico
	B	0,9821	3	Mineração
A	B	0,9389	4	Petroquímico
A	B	0,9215	5	Papel e Celulose
A	B	0,9094	6	Metal
A		0,6609	6	<b>Bancos</b>

Nos outros períodos subseqüentes, explicando o motivo da não distinção entre os setores por parte da MANOVA, as médias testadas pelos mesmos métodos apresentados acima não resultaram em valores conclusivos, ou seja, não diferiram significativamente (vide Tabelas 8 e 9). Foi possível observar também pela Tabela 10 a redução das distâncias entre os betas médios setoriais através dos períodos analisados.

Destaca-se que se a decisão tivesse sido a de adotar, como é comum neste tipo de análise, a técnica de análise de discriminante, não teríamos obtido a percepção necessária destas mudanças entre as distâncias dos betas médios setoriais.

**Tabela 8 - Resultados do teste SNK, Tukey HSD e Duncan's Multiple Range para o período de 1990 a 1993**

Grupo 1	Média	Frequência	Setor
A	1,0200	3	Siderúrgico
A	0,9729	4	Petroquímico
A	0,9059	3	Mineração
A	0,8628	5	Papel e Celulose
A	0,7312	6	Metal
A	0,6873	6	Bancos
A	0,6704	3	Alimentos

**Tabela 9 - Resultados do teste SNK, Tukey HSD e Duncan's Multiple Range para o período de 1994 a 2000**

Grupo 1	Média	Frequência	Setor
A	0,8658	3	Siderúrgico
A	0,8621	4	Petroquímico
A	0,8229	3	Mineração
A	0,8139	5	Papel e Celulose
A	0,8034	6	Metal
A	0,7937	6	Bancos
A	0,7679	3	Alimentos

**Tabela 10 - Médias setoriais nos três períodos analisados**

Setor:	1986 a 1989	1990 a 1993	1994 a 2000
Bancos	0,66092405	0,68727808	0,82285191
Papel e Celulose	0,92150474	0,86284359	0,86576431
Siderurgia	1,07812490	1,02004466	0,81392135
Alimentos	1,19156589	0,67040549	0,79371080
Metal	0,90943961	0,73117410	0,76793996
Mineração	0,98206713	0,90591087	0,86214187
Petroquímico	0,93885946	0,97293073	0,80338738

#### 4 - Conclusões

Com este estudo, foi possível verificar indícios, de que os betas médios setoriais dependem das condições macroeconômicas, no período de sua análise, para que possam funcionar como indicadores significativos das diferenças setoriais.

Foi possível identificar que, durante o período compreendido entre janeiro de 1986 a dezembro de 1989, os betas médios referentes ao setor de alimentos diferiram dos outros betas médios, destacando-se acima destes, e que os betas médios referentes ao setor bancário, diferiram como os de menor beta médio. Os betas médios setoriais referentes aos setores de Siderurgia, Metalurgia, Papel e Celulose, Mineração e Petroquímico, neste período, não se distanciaram suficientemente entre si, para que fosse possível usá-los para diferenciar os setores referidos.

Nos períodos, compreendidos entre janeiro de 1990 a dezembro de 1993 e janeiro de 1994 a dezembro de 2000, o valor dos betas médios setoriais, não distinguiu com significância, na amostra tomada, os diferentes setores considerados.

Encontrou-se, ainda, uma redução gradual da diferença entre os valores dos betas médios setoriais, comparando-se estes cenário a cenário. Esta diferença deve refletir as mudanças macroeconômicas entre os mesmos. Percebeu-se mudanças de ordem na graduação dos betas médios setoriais ao longo dos períodos. Ou seja, os riscos setoriais não somente tornaram-se mais “próximos” ao longo dos três períodos, como também a ordem destes não foi constante.

Os resultados deste estudo contrariam as expectativas principalmente em relação ao poder do beta em explicar diferenças entre setores. Além disso é intrigante a constatação de que os betas médios do setor de alimentos foram os mais altos e os de bancos os mais baixos no primeiro período de análise (1986 a 1989). Portanto, os resultados deste trabalho revelam



que o uso indiscriminado de betas setoriais, supondo que eles refletem as características fundamentais de cada setor do ponto de vista de risco pode conduzir a resultados espúrios.

### **Referências bibliográficas**

- BREALEY, R. A. e MYERS, S. C.: Principles of Corporate Finance, Sixth Edition, Irvin McGraw-Hill, 2000.
- DAMODARAN, A.: Corporate Finance, Wiley, 1997.
- HAIR JR., J. F., ANDERSON, R. E., TATHAM, R. L. E BLACK, W. C.: Multivariate Data Analysis, Fifth Edition, Prentice-Hall, 1998.
- HARRINGTON, D. R.: Modern Portfolio Theory, The Capital Asset Pricing Model & Arbitrage Pricing Theory: A User's Guide, Second Edition, Prentice Hall, 1987.
- JOHNSON, R. A. E WICHERN, D. W.: Applied Multivariate Statistical Analysis, Fourth Edition, Prentice Hall, 1998.
- KING, B.: Market and Industry Factors in Stock Price Behavior, Journal of Business 39:139-90, January 1966.
- LINTNER, J.: The Valuation of Risk Assets and the Selection os Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, Review of Economics and Statistics, 47:13-37, February 1965.
- MARKOWITZ, H. M.: Portfolio Selection, Journal of Finance, 7:77-91, March 1952.
- ROSS, S. A.: The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, Journal of Economics Theory, 13:341-360, December 1976.
- SHARPE, W. F.: Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, Journal of Finance, 19:425-442, September 1964.