

Value-at-Risk Baseado em Distribuições Alfa-Estáveis: Uma Análise Empírica dos Mercados Latino-Americanos

Autoria: André Luiz Carvalhal da Silva e Eduardo Facó Lemgruber

Resumo

O correto cálculo do Value-at-Risk (VaR) é um dos principais objetivos da implementação de técnicas bem sucedidas de administração de risco. Devido às características de assimetria e curtose da distribuição dos retornos dos ativos financeiros, as hipóteses de modelagem desses retornos com a distribuição normal gaussiana são inapropriadas. Nesse trabalho, é proposto um novo cálculo de VaR baseado nas distribuições “estáveis” ou “alfa-estáveis”, que permitem diversos graus de assimetria e curtose. Foram realizadas estimativas de VaR baseadas nas distribuições alfa-estáveis para os principais índices de mercado na América Latina. Os resultados indicam que as estimativas de VaR 95% tendem a ser semelhantes para as distribuições alfa-estáveis e normal, sendo que o modelo alfa-estável apresenta medidas mais precisas de VaR. No entanto, a modelagem do VaR 99% pela distribuição alfa-estável é mais conservadora, enquanto que a modelagem pela distribuição normal tende a subestimar o VaR 99%.

1 – Introdução

O VaR se estabeleceu como uma das medidas-padrão de risco empregado tanto na literatura acadêmica quanto por instituições financeiras e agentes reguladores. O VaR pode ser definido como a máxima perda durante um certo intervalo de temp (usualmente um dia ou duas semanas) com um dado nível de confiança. Apesar de sua simplicidade conceitual, uma das maiores preocupações no cálculo do VaR é a falta de consistência entre as diferentes técnicas de implementação do VaR.

A correta estimativa do VaR é um dos principais objetivos das técnicas de cálculo e administração de risco. Devido às características de curtose da distribuição dos retornos financeiros, as hipóteses de modelagem desses retornos com a distribuição normal não são apropriadas. Uma vasta literatura sobre retornos financeiros¹ reportou a existência das “caudas grossas” na distribuição dos retornos. Nessas condições, as medidas de risco baseadas na distribuição normal tendem a ser subestimadas.

Diferentes alternativas para cálculo do risco incluem simulação histórica, simulação de Monte Carlo, *stress testing*, e métodos usando teoria de valores extremos². A simulação histórica calcula o VaR usando um conjunto histórico de preços, não impondo hipóteses sobre a distribuição dos retornos, não produzindo estimativas confiáveis de VaR quando existe um pequeno número de observações nas caudas. A simulação de Monte Carlo é semelhante à simulação histórica, exceto pelo fato de os retornos serem gerados a partir de um processo estocástico, sendo mais potente no cálculo do VaR. Uma fragilidade do modelo é o risco potencial do modelo ser errôneo ou inapropriado. Os testes de stress, às vezes chamados de análise de cenários, consistem na especificação de cenários de interesses visando avaliar possíveis mudanças no valor da carteira. A principal crítica que se faz a esse método é que a escolha de cenários pode ser completamente subjetiva, resultando em medidas errôneas do VaR. A metodologia de valores extremos permite o cálculo do VaR através da modelagem dos valores extremos nas caudas da distribuição dos retornos. Diversos estudos aplicaram a teoria dos valores extremos para cálculo do VaR, entre eles, Longin (2000) e Danielsson e De Vries (1997).

Nesse artigo, uma nova estimativa de VaR é testada usando as distribuições alfa-estáveis, que permitem acomodar diversos graus de assimetria e curtose. Desde os trabalhos seminais de Mandelbrot (1963) e Fama (1965), as distribuições alfa-estáveis vêm sendo propostas como modelos para diversos processos econômicos e financeiros³.

Leal e Ribeiro (2000) avaliaram a hipótese de o processo estocástico dos retornos de diversos mercados emergentes da Ásia e da América Latina, entre eles o Brasil, seguir um processo alfa-estável. Os autores encontraram evidências de que os retornos são melhor descritos pelas distribuições alfa-estáveis, quando comparado com a distribuição normal.

Na estimativa do VaR, é importante analisar o comportamento da distribuição dos retornos nas caudas. As caudas das distribuições alfa-estáveis são mais grossas do que as da distribuição normal, podendo gerar estimativas mais precisas do VaR.

A próxima seção descreve de forma simplificada as distribuições alfa-estáveis. A seção 3 mostra os dados e a metodologia empregada para estimar os parâmetros das distribuições alfa-estáveis e as medidas de VaR. Os resultados para análise em toda a amostra (*in-sample*) são apresentados na seção 4. Na seção 5, os resultados para a análise de previsão do VaR (*out-of-sample*) são discutidos. Finalmente, a seção 6 apresenta as conclusões finais.

2 – Distribuições Alfa-Estáveis

As distribuições alfa-estáveis⁴ formam uma classe de distribuições, caracterizadas por Paul Lévy (1924), que permitem acomodar diferentes graus de assimetria e curtose. Uma variável aleatória é dita estável ou alfa-estável se para X_1 and X_2 e constantes positivas a e b ,

$$aX_1 + bX_2 \stackrel{d}{=} cX + d$$

para c positivo e $d \in R$. Geralmente, as distribuições alfa-estáveis não têm expressões definidas para funções de densidade e distribuição. Existem três casos onde existe uma expressão definida para a função de densidade das distribuições alfa-estáveis: as distribuições gaussiana (normal), Cauchy e Lévy. Enquanto as distribuições gaussiana e Cauchy são simétricas, em forma de sino, a distribuição Lévy é altamente assimétrica. As distribuições alfa-estáveis permitem acomodar diversos graus de assimetria e curtose. As variáveis alfa-estáveis são comumente descritas por suas funções características. Existem múltiplas parametrizações para processos alfa-estáveis. Zolotarev (1986) mostra que a melhor parametrização depende da situação estudada. A parametrização utilizada mais freqüentemente (ver Samorodnitsky e Taqqu (1994)) é a seguinte:

$$X \sim S_1(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \Leftrightarrow$$

$$E \exp(itX) = \begin{cases} \exp \left\{ -\gamma |t|^\alpha \left[1 - i\beta \left(\tan \frac{\pi\alpha}{2} \right) (\text{sign}(t)) \right] + i\delta t \right\} & \alpha \neq 1 \\ \exp \left\{ -\gamma |t| \left[1 - i\beta \frac{\pi}{2} (\text{sign}(t)) \ln |t| \right] + i\delta t \right\} & \alpha = 1 \end{cases}$$

$$\alpha \in (0, 2], \beta \in [-1, 1], \gamma \geq 0 \text{ e } \delta \in R$$

onde α é o índice de estabilidade, β é o parâmetro de simetria, γ é o parâmetro de escala e δ é o parâmetro de locação. Quando $\alpha=2$, a distribuição alfa-estável é chamada de distribuição

gaussiana (normal). Na medida que α diminui, as caudas ficam mais grossas. Portanto, o índice de estabilidade pode ser interpretado como uma medida de curtose. Se o parâmetro de simetria $\beta = 0$, a distribuição de X é simétrica. Se $\beta > 0$, a distribuição é simétrica positiva (à direita) e se $\beta < 0$ a distribuição é simétrica negativa (à esquerda). Quando $\beta = 1$, a distribuição alfa-estável é totalmente assimétrica à direita e quando $\beta = -1$, a distribuição é totalmente assimétrica à esquerda. Os parâmetros δ e γ especificam a locação e a escala, usualmente representados pela média e variância. Na distribuição normal, o primeiro e o segundo momento especificam completamente a distribuição. No entanto, para a maioria das distribuições, incluindo as alfa-estáveis, o primeiro e o segundo momento não especificam completamente a distribuição.

Uma consequência das caudas grossas é a possibilidade de nem todos os momentos da distribuição existirem. Na maioria dos problemas estatísticos, o primeiro e segundo momento são tipicamente usados para descrever uma distribuição. Entretanto, essas medidas não são geralmente apropriadas para distribuições com caudas grossas. Quando $\alpha < 2$, as distribuições alfa-estáveis não apresentam segundos momentos finitos, sendo um dos argumentos contra a utilização dessas distribuições para modelagem de dados reais. No entanto, Nolan (1999a) argumenta que a variância é apenas uma medida de dispersão de uma distribuição, não sendo apropriada para todos os problemas estudados.

As distribuições com caudas grossas são regularmente encontradas em aplicações em finanças. As distribuições alfa-estáveis foram utilizadas em diversos modelos econômicos e financeiros⁵. Existem diferentes métodos confiáveis para a estimativa dos parâmetros das distribuições alfa-estáveis. Nolan (1999b) mostra que os resultados de simulações sugerem que existem três bons métodos para estimativa dos parâmetros: o método de quantis, as técnicas de funções características e métodos de máxima-verossimilhança. O método mais rápido, mas menos preciso, é a abordagem de quantis (ver Fama e Roll (1971) e McCulloch (1986)), a qual estima os parâmetros comparando os quantis dos dados empíricos com os de uma distribuição alfa-estável. O segundo método estima os parâmetros através da comparação entre as funções características empíricas e as funções características teóricas. O método de máxima-verossimilhança consiste no método mais preciso, mas também o mais lento, para estimativa dos parâmetros das distribuições alfa-estáveis. O programa de computador STABLE (Nolan (1997))⁶ foi utilizado para realizar as estimativas dos quatro parâmetros das distribuições alfa-estáveis através do método de máxima-verossimilhança. Esse método foi usado para garantir a precisão dos resultados.

3 – Dados e Metodologia

A amostra consiste dos mercados de maior capitalização bursátil na América Latina: Argentina, Brasil, Chile, Colômbia, México, Peru e Venezuela. O estudo é representativo da região, considerando 97% da capitalização dos mercados latino-americanos (IFC 1999). A capitalização total dos mercados latino-americanos representa 1,4% da capitalização dos mercados mundiais e 20,6% da capitalização de todos os mercados emergentes (IFC, 1999).

A análise foi realizada nos mercados latino-americanos durante o período de janeiro/94 a dezembro/99, totalizando 1545 retornos diários para cada país. Os dados consistem especificamente dos retornos diários em dólar dos índices: GERAL (Argentina), IBOVESPA (Brasil), IGPA (Chile), IBB (Colômbia), IPC (México), IGBVL (Peru) e IBC (Venezuela). Os retornos diários foram computados de acordo com a equação abaixo. Todos os dados são provenientes do banco de dados Datastream.

$$rd_{i,t} = 100 \times \ln \left[\left(\frac{I_{i,t}}{I_{i,t-1}} \div \frac{X_{i,t}}{X_{i,t-1}} \right) \right]$$

Onde $rd_{i,t}$ é o retorno em dólar, $I_{i,t}$ é o fechamento do índice no dia t no país i , $X_{i,t}$ é a taxa de câmbio diária no país i no dia t .

Os dados são apresentados na tabela 1. Os índices latino-americanos possuem alta volatilidade diária quando medida pelo desvio-padrão. O Ibovespa possui a maior volatilidade, sendo 3 vezes maior do que o índice no mercado chileno. Os coeficientes de curtose e assimetria indicam desvios em relação a uma distribuição normal. O teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) sugere que os dados não são modelados apropriadamente por uma distribuição normal.

Tabela 1
Estatística Descritiva dos Retornos Diários Logarítmicos em Dólar na América Latina (Jan/94 a Dez/99)

Mercado	Índice	Retorno Médio	Desvio -Padrão	Retorno Mínimo	Retorno Máximo	Curtose	Assimetria	Normalidade (KS)
Argentina	GERAL	0,00%	1,97%	-13,66%	11,97%	6,06*	-0,11*	0,09*
Brasil	IBOVESPA	0,07%	3,16%	-17,25%	23,72%	5,77*	0,05	0,09*
Chile	IGPA	0,01%	0,96%	-4,90%	5,93%	3,83*	0,03	0,06*
Colômbia	IBB	-0,04%	1,28%	-8,24%	9,63%	6,60*	0,14*	0,10*
México	IPC	-0,01%	2,42%	-19,69%	17,54%	11,97*	-0,75*	0,10*
Peru	IGBVL	0,01%	1,46%	-9,55%	7,62%	6,00*	-0,15*	0,08*
Venezuela	IBC	-0,01%	2,42%	-31,50%	20,72%	26,13*	-0,73*	0,10*

Nota: * indica resultado estatisticamente significativo a 5%

KS representa o teste de Kolmogorov-Smirnov

A figura 1 (em anexo) mostra os gráficos quantis-quantis (Q-Q) em relação à distribuição normal dos sete índices de mercado latino-americanos. As caudas grossas nos dados fazem com que o ajuste pela distribuição normal não seja apropriado para modelar o centro e as caudas dos dados. Na figura 1, tanto os percentis mais baixos como os mais altos divergem substancialmente dos valores correspondentes da distribuição normal.

O VaR pode ser definido como a máxima perda durante um certo intervalo de tempo com um dado nível de confiança:

$$P(\Delta X \leq -VaR) = 1 - \alpha$$

onde ΔX é a mudança relativa no valor da carteira durante um intervalo de tempo t . Geralmente, o nível de confiança é escolhido entre 95% e 99% e o horizonte de tempo entre um dia ou duas semanas. A modelagem do VaR por distribuições alfa-estáveis será feita considerando α igual a 95% e 99% e o horizonte de tempo sendo igual a 1 dia.

A metodologia foi inspirada no trabalho de Khindanova, Rachev e Schwartz (2000). Para cada índice latino-americano, os modelos de cálculo de VaR usando distribuições alfa-estáveis e distribuições normais são analisados usando toda a amostra (*in-sample*) e usando parte da amostra para analisar o VaR previsto (*out-of-sample*). Os parâmetros das distribuições alfa-estáveis foram estimados usando o programa de computador STABLE para fazer as estimativas de máxima-verossimilhança. Esse método foi usado para garantir a precisão dos resultados. As estimativas de VaR baseadas nas distribuições alfa-estáveis são calculadas a partir do quantil $(1-\alpha)$ da distribuição ajustada pelo método de máxima-

verossimilhança. As estimativas de VaR baseadas nas distribuições alfa-estáveis são então comparadas com o VaR empírico e com o VaR calculado a partir da distribuição normal.

A análise de previsão (*out-of-sample*) do VaR foi realizada tanto para as distribuições alfa-estáveis como para as distribuições normais, comparando o VaR previsto com os retornos observados. A cada dia t , uma estimativa de VaR_t é obtida usando n recentes observações de retornos $R_{t-1}, R_{t-2}, \dots, R_{t-n}$. A análise foi realizada para diferentes valores de n : 50, 125 e 250 dias úteis. Dois intervalos de teste (T) foram considerados: 250 e 500 dias úteis. A precisão das medidas de VaR geradas pelas distribuições alfa-estáveis e normal foi analisada utilizando o modelo proposto por Kupiec (1995), que analisa a porcentagem de vezes que o VaR é excedido em uma determinada amostra. Kupiec desenvolveu um intervalo de confiança para o número de vezes que a perda é maior do que o VaR previsto. A tabela 2 mostra os intervalos de confiança para $\alpha = 95\%$ ($p=1-\alpha=5\%$), $\alpha = 99\%$ ($p=1-\alpha=1\%$), e $T=250$ e 500 dias úteis. Na próxima seção, os resultados usando toda a amostra (*in-sample*) são apresentados.

Tabela 2
Intervalos de Confiança para Perdas Maiores que o VaR Previsto
para Diferentes Níveis de Confiança e Intervalos de Teste

Nível de Confiança do VaR α	Intervalo de Teste T (dias)	Intervalo de Confiança para Perdas Maiores que o VaR Previsto	
		Nível de Significância do Teste de Kupiec	
		5%	1%
99%	250	[0,5]	[0,7]
	500	[2, 9]	[1,11]
95%	250	[7, 19]	[5, 22]
	500	[16, 35]	[14, 38]

Nota: calculado a partir de Kupiec (1995)

4 – Resultados para Análise *In-Sample* do VaR

Para cada índice latino-americano, os modelos de cálculo de VaR usando distribuições alfa-estáveis e distribuições normais são analisados usando toda a amostra (*in-sample*). Os parâmetros das distribuições alfa-estáveis (α , β , γ , e δ) foram estimados usando o método de máxima-verossimilhança através do programa STABLE. A tabela 3 mostra os parâmetros estimados para as distribuições alfa-estáveis e normal.

Tabela 3
Parâmetros das Distribuições Alfa-Estáveis e Normal para os Índices de Mercado na América Latina

País (Índice)	Normal		Alfa-Estável			
	Média	Desvio-Padrão	α	β	γ	δ (multiplicado por 10^3)
Argentina (GERAL)	0,0000	0,0197	1,4585	-0,1455	0,0093	0,5989
Brasil (IBOVESPA)	0,0007	0,0316	1,4139	-0,0549	0,0147	1,0309
Chile (IGPA)	0,0001	0,0096	1,5647	0,0481	0,0052	-0,0593
Colômbia (IBB)	-0,0004	0,0128	1,3490	-0,0048	0,0056	0,0052
México (IPC)	-0,0001	0,0242	1,4749	0,0561	0,0109	-0,1654
Peru (IGBVL)	0,0001	0,0146	1,4926	0,0835	0,0069	-0,1536
Venezuela (IBC)	-0,0001	0,0242	1,3616	0,0003	0,0010	-0,0009

Todas as séries podem ser modeladas por distribuições alfa-estáveis com $1 < \alpha < 2$, o que é consistente com estudos empíricos de modelagem de retornos financeiros. A figura 2 (em anexo) mostra a modelagem das distribuições alfa-estáveis e normal para cada índice latino-americano. A evidência gráfica sugere que as distribuições alfa-estáveis explicam e modelam melhor os retornos diários quando comparado com a distribuição normal.

As estimativas de VaR baseadas nas distribuições alfa-estáveis são computadas para níveis de confiança 95% e 99%, através do cálculo do percentil 5% e 1% respectivamente. A tabela 4 mostra o VaR empírico 95% e 99%, bem como o VaR baseado nas distribuições alfa-estáveis e normal.

Tabela 4
Estimativas de VaR Empírico e Baseado nas Distribuições Alfa-Estáveis e Normal na América Latina

País (Índice)	VaR 99%			VaR 95%		
	Empírico	Normal	α -Estável	Empírico	Normal	α -Estável
Argentina (GERAL)	5,6%	4,6%	8,6%	3,2%	3,3%	3,2%
Brasil (IBOVESPA)	10,0%	7,4%	14,2%	5,0%	5,2%	5,0%
Chile (IGPA)	2,7%	2,2%	3,4%	1,5%	1,6%	1,5%
Colômbia (IBB)	3,9%	3,0%	6,0%	2,0%	2,1%	2,0%
México (IPC)	7,7%	5,7%	8,5%	3,3%	4,0%	3,3%
Peru (IGBVL)	4,2%	3,4%	5,2%	2,1%	2,4%	2,1%
Venezuela (IBC)	6,9%	5,6%	10,6%	3,5%	4,0%	3,5%

Nota: as estimativas de VaR estão em módulo

A tabela 5 mostra as diferenças entre o VaR estimado pelos modelos (alfa-estável e normal) e o VaR empírico. Todas as estimativas de VaR 99% baseadas nas distribuições alfa-estáveis são superiores ao VaR 99% empírico, enquanto que a modelagem pela distribuição normal subestima o VaR 99%. Para um nível de confiança de 95%, as estimativas de VaR baseadas nas distribuições alfa-estáveis são praticamente idênticas ao VaR empírico, enquanto que as estimativas de VaR pela distribuição normal superestimam o VaR. A diferença média entre o VaR estimado pelo modelo (alfa-estável e normal) e o VaR empírico também é mostrado na tabela 5. Para um nível de confiança de 99%, a diferença média entre o VaR estimado pelo modelo alfa-estável e o VaR empírico é maior em valor absoluto do que a diferença entre o VaR estimado pela distribuição normal e o VaR empírico (2,21% e -1,30%, respectivamente), mas a modelagem do VaR pela distribuição normal claramente subestima o VaR. Para um nível de confiança de 95%, a diferença média entre o VaR estimado pela distribuição normal e o VaR empírico é maior do que a diferença entre o VaR estimado pelo modelo alfa-estável e o VaR empírico (0,29% e 0,00%, respectivamente). Os resultados para a análise do VaR usando toda a amostra (*in-sample*) revela que o modelo alfa-estável produz medidas conservadoras de VaR 99% e medidas precisas de VaR 95%. A modelagem pela distribuição normal subestima o VaR 99% e superestima um pouco o VaR 95%.

Tabela 5
Diferenças entre o VaR Empírico e o VaR dos Modelos Alfa-Estáveis e Normal na América Latina

País (Índice)	VaR* _m 99% - VaR _{Empírico} 99%		VaR* _m 95% - VaR _{Empírico} 95%	
	Normal	α -Estável	Normal	α -Estável
Argentina (GERAL)	-1,00%	3,00%	0,10%	0,00%
Brasil (IBOVESPA)	-2,60%	4,20%	0,20%	0,00%
Chile (IGPA)	-0,50%	0,70%	0,10%	0,00%
Colômbia (IBB)	-0,90%	2,10%	0,10%	0,00%
México (IPC)	-2,00%	0,80%	0,70%	0,00%
Peru (IGBVL)	-0,80%	1,00%	0,30%	0,00%
Venezuela (IBC)	-1,30%	3,70%	0,50%	0,00%
Diferença Média	-1,30%	2,21%	0,29%	0,00%

* denota modelos normal e alfa-estáveis

5 – Resultados para Análise de Previsão *Out-of-Sample* do VaR

Para cada índice latino-americano, a análise de previsão (*out-of-sample*) do VaR foi realizada tanto para as distribuições alfa-estáveis como para a distribuição normal, comparando o VaR previsto com os retornos observados. A cada dia t , uma estimativa de VaR_t é obtida usando n recentes observações de retornos R_{t-1} , R_{t-2} , ..., R_{t-n} . A análise foi realizada para diferentes valores de n : 50, 125 e 250 dias úteis. Dois intervalos de teste (T) foram considerados: 250 e 500 dias úteis. A precisão das medidas de VaR geradas pelas distribuições alfa-estáveis e normal foi analisada utilizando o modelo proposto por Kupiec (1995), que analisa a porcentagem de vezes que o VaR é excedido em uma determinada amostra (ver tabela 2). A tabela 6 mostra o número de vezes em que a perda foi maior do que o VaR 99% previsto pelas distribuições alfa-estáveis e normal para cada índice de mercado.

Tabela 6
Número de Perdas Superiores ao VaR 99% Previsto pelos Modelos Alfa-Estáveis e Normal

País (Índice)	Intervalo de Teste T (dias)	Número de Perdas Superiores ao VaR 99% Previsto pelos Modelos					
		Janela $n = 50$ dias		Janela $n = 125$ dias		Janela $n = 250$ dias	
		Normal	α -Estável	Normal	α -Estável	Normal	α -Estável
Argentina (GERAL)	250	2	4	2	0	1	0
	500	11**	10**	12*	4	7	0
Brasil (IBOVESPA)	250	3	1	1	0	3	0
	500	13*	8	10**	1	9	1
Chile (IGPA)	250	6**	4	2	0	1	0
	500	15*	6	10**	2	10**	0
Colômbia (IBB)	250	6**	5	5	0	4	0
	500	13*	7	13*	0	13*	0
México (IPC)	250	2	2	1	1	2	1
	500	11**	8	6	5	7	2
Peru (IGBVL)	250	1	1	1	0	1	0
	500	11**	5	9	6	11**	5
Venezuela (IBC)	250	2	2	1	1	1	1
	500	10**	7	14*	4	15*	1

* estatisticamente significativo a 1%

** estatisticamente significativo a 5%

Os resultados mostram que o número de perdas superiores ao VaR 99% estimado pela distribuição normal é estatisticamente significativa, indicando que a modelagem do VaR pela distribuição normal subestima o VaR 99%. Por outro lado, o número de perdas superiores ao VaR 99% estimado pela distribuição alfa-estável está dentro do intervalo previsto pelo teste de Kupiec (1995), indicando uma estimativa de VaR 99% mais precisa quando comparado com a distribuição normal.

A tabela 7 mostra o número de vezes em que a perda foi maior do que o VaR 95% previsto pelas distribuições alfa-estáveis e normal para cada índice de mercado. As estimativas de VaR 95% usando uma janela (n) de 50 dias são satisfatórias para ambas as distribuições. No entanto, quando n é aumentado para 125 e 250 dias, as estimativas de VaR pioram para os dois modelos.

Tabela 7
Número de Perdas Superiores ao VaR 95% Previsto pelos Modelos Alfa-Estáveis e Normal

País (Índice)	Intervalo de Teste T (dias)	Número de Perdas Superiores ao VaR 95% Previsto pelos Modelos					
		Janela $n = 50$ dias		Janela $n = 125$ dias		Janela $n = 250$ dias	
		Normal	α -Estável	Normal	α -Estável	Normal	α -Estável
Argentina (GERAL)	250	9	12	3*	6**	3*	3*
	500	29	30	20	21	17	16
Brasil (IBOVESPA)	250	6**	8	4*	4*	4*	4*
	500	25	24	22	22	19	19
Chile (IGPA)	250	12	9	6**	6**	6**	5**
	500	37	28	21	18	29	24
Colômbia (IBB)	250	15	13	14	10	13	10
	500	28	30	27	22	32	29
México (IPC)	250	8	10	5**	8	2*	3*
	500	29	25	27	28	18	23
Peru (IGBVL)	250	8	10	2*	6**	1*	1*
	500	26	27	22	22	20	21
Venezuela (IBC)	250	8	9	3*	5**	1*	2*
	500	29	31	23	20	27	23

* estatisticamente significativo a 1%

** estatisticamente significativo a 5%

Os resultados da análise *out-of-sample* indicam que a distribuição alfa-estável produz resultados satisfatórios de VaR 99%, enquanto que a modelagem pela distribuição normal subestima o VaR 99%. Ambas as modelagens estimam de forma idêntica o VaR 95%.

6 – Conclusões

O VaR se estabeleceu como uma das medidas-padrão de risco empregado tanto na literatura acadêmica quanto por instituições financeiras e agentes reguladores. A correta estimativa do VaR é um dos principais objetivos das técnicas de cálculo e administração de risco. Uma vasta literatura sobre retornos financeiros reportou a existência das caudas grossas na distribuição dos retornos. Nessas condições, as medidas de risco baseadas na distribuição normal tendem a ser subestimadas.

Nesse artigo, uma nova estimativa de VaR é testada usando as distribuições alfa-estáveis, que permitem acomodar diversos graus de assimetria e curtose. As distribuições alfa-estáveis vêm sendo propostas como modelos para diversos processos econômicos e financeiros. As caudas das distribuições alfa-estáveis são mais grossas do que as da distribuição normal, podendo gerar estimativas mais precisas de VaR.

Os resultados para a análise do VaR usando toda a amostra (*in-sample*) revela que o modelo alfa-estável produz medidas conservadoras de VaR 99% e medidas precisas de VaR 95%. A modelagem pela distribuição normal subestima o VaR 99% e superestima um pouco o VaR 95%. Os resultados da análise *out-of-sample* indicam que ambas as modelagens estimam de forma idêntica o VaR 95%. No entanto, a distribuição alfa-estável produz resultados satisfatórios de VaR 99%, enquanto que a modelagem pela distribuição normal subestima o VaR 99%.

Notas

¹ Ver Cotter (1998), Danielsson e De Vries (1997), Kearns e Pagan (1997), Koedijk e Kool (1992) e Cotter e McKillop (2000)

² Para uma explicação completa de diferentes métodos de cálculo de VaR, ver Jorion (1997)

³ Ver Walter (1990), Zajdenweber (1994), Walter (1994), Cheng e Rachev (1995), McCulloch (1996), Belkacem (1996), Embrechts, Klüppelberg e Mikosch (1997), Corazza, Malliaris e Nardeli (1997) e Gros Lambert e Kassibrakis (1999)

⁴ O objetivo da seção é apresentar as características principais das distribuições alfa-estáveis. Para referências adicionais, ver Nolan (1999a), Nolan, Panorska e McCulloch (1997), Samorodnitsky e Taqqu (1994) e Khindanova, Rachev e Schwartz (2000)

⁵ Ver Mandelbrot (1963), Fama (1965), Walter (1990), Zajdenweber (1994), Walter (1994), Cheng e Rachev (1995), McCulloch (1996), Belkacem (1996), Embrechts, Klüppelberg e Mikosch (1997), Corazza, Malliaris e Nardeli (1997) e Gros Lambert e Kassibrakis (1999)

⁶ O programa STABLE está disponível em <http://www.cas.american.edu/jpnolan>

7 – Referências Bibliográficas

- BELKACEM, L., *Processus stables et applications en finance*, Thèse de doctorat en Sciences Mathématiques, Université Paris IX Dauphine, 1996.
- CHENG, B., RACHEV, S., Multivariate stable futures prices, *Journal of Mathematical Finance*, 5, pp. 133-153, 1995.
- CORAZZA, M., MALLIARIS, A. e NARDELLI, C., Searching for fractal structures in agricultural futures markets, *Journal of Futures Markets*, 17 (4), pp. 433-473, 1997.
- COTTER, J., Testing distributional models for the Irish equity market, *Economic and Social Review*, 29, pp. 257-269, 1998.
- COTTER, J. e McKILLOP, D., The distributional characteristics of a selection of contracts traded on the London International Financial Futures Exchange, *Journal of Business Finance and Accounting*, forthcoming, 2000.
- DANIELSSON, J. e DE VRIES, C., Value at Risk and Extreme Returns, London School of Economics, *Financial Markets Group Discussion Paper*, n. 273, 1997.
- EMBRECHTS, P., KLÜPPELBERG, C., MIKOSCH, T., *Modeling extreme events with emphasis on insurance and finance*, Springer Verlag, Berlin, 1997.
- FAMA, E. F., The behavior of stock market prices, *Journal of Business*, 38, pp. 34-105, 1965.
- FAMA, E.F. e ROLL, R., Parameter estimates for symmetric stable distributions, *Journal of the American Statistical Association*, 66, pp. 331-338, 1971.
- GROSLAMBERT, B. e KASSIBRAKIS, S., The alpha-stable hypothesis: an alternative to the distribution of emerging market returns, *Emerging Markets Quarterly*, spring 1999, pp. 21-38, 1999.
- INTERNATIONAL FINANCE CORPORATION, Emerging stock markets fact book, Washington, D.C World Bank/IFC/MIGA Publications, 1999.
- JORION, P., *Value at risk: the new benchmark for controlling derivatives risk*, Irwin/McGraw-Hill, 1997.

- KEARNS, P. e PAGAN, A., Estimating the density tail index for financial time series, *The Review of Economics and Statistics*, 79, pp. 171-175, 1997.
- KHINDANOVA, I., RACHEV, S., e SCHWARTZ, E., Stable modeling of value at risk, *SIRIF The State of the Art of Value at Risk Conference*, Setembro, Edinburgh, 2000.
- KOEDIJK, K. e KOOL, C., Tail estimates of East European exchange rates, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, pp. 83-96, 1992.
- KUPIEC, P., Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models, *Journal of Derivatives*, 2, pp. 73-84, 1995.
- LEAL, R. e RIBEIRO, T. Estrutura Fractal em Mercados Emergentes, *Anais do 24º ENANPAD*, Florianópolis, 2000.
- LÉVY, P., Theorie de l'addition des variables aléatoires, *Bulletin de la Société de France*, 52, pp. 49-85, 1924.
- LONGIN, F., From value at risk to stress testing, the extreme value approach, *Journal of Banking and Finance*, v. 24, n. 7, pp. 1097-1130, 2000.
- MANDELBROT, B. B., The variation of certain speculative prices, *Journal of Business*, 26, pp. 394-419, 1963.
- MCCULLOCH, J.H., Simple consistent estimators of stable distribution parameters, *Communications in Statistics, Simulation and Computation*, 15, pp. 1109-1136, 1986.
- MCCULLOCH, J.H., Financial applications of stable distributions, *Statistical Methods in Finance, Handbook of Statistics*, v. 14, MADDALA, G. e RAO, C. (eds), North-Holland, NY, 1996.
- NOLAN, J. P., PANORSKA, A. K., e MCCULLOCH, J. H., Estimation of stable spectral measures, *American University Working Paper*, March, Washington, DC, 1997.
- NOLAN, J.P., Numerical computation of stable densities and distribution functions, *Communications in Statistics – Stochastic Models*, 13 (4), pp. 759-774, 1997.
- NOLAN, J.P., Stable distributions, *American University Working Paper*, April, Washington, DC, 1999a.
- NOLAN, J.P., Fitting data and assessing goodness-of-fit with stable distributions, *American University Working Paper*, June, Washington, DC, 1999b.
- SAMORODNITSKY, G. e TAQQU, M. S., *Stable non-gaussian random processes*, Chapman and Hall, New York, 1994.
- WALTER, C., Lévy-Stable distributions and fractal structure on the Paris market, *AFIR International Colloquial*, 3, Paris, pp. 242-259, 1990.
- WALTER, C., Les structures des hasards en économie: efficience des marchés, lois stables et processus fractals, *Thèse de doctorat ès Science Economiques*, Institut d'Etudes Politiques, Paris, 1994.
- ZAJDENWEBER, D., Self-Similar properties of the CAC40 index, *Revue d'Economie Politique*, 104, pp. 407-434, 1994.
- ZOLOTAREV, V.M., *One-dimensional stable distributions*, Providence, American Mathematical Society, 1986.

Figura 1: Gráfico Normal Quantil-Quantil (Q-Q) para Índices Latino-Americanos

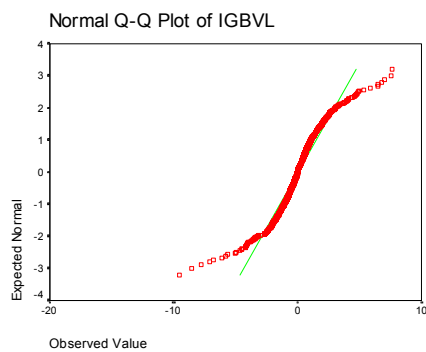
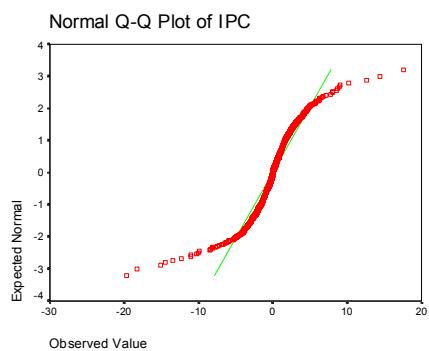
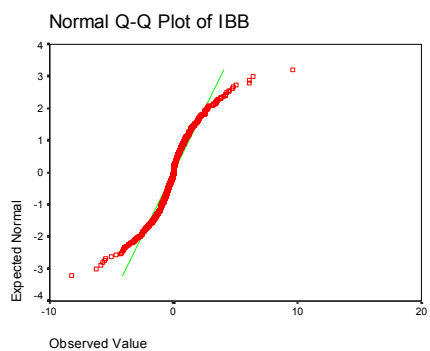
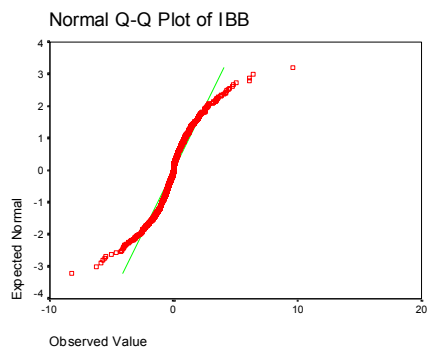
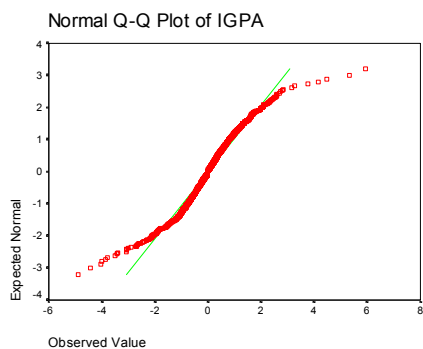
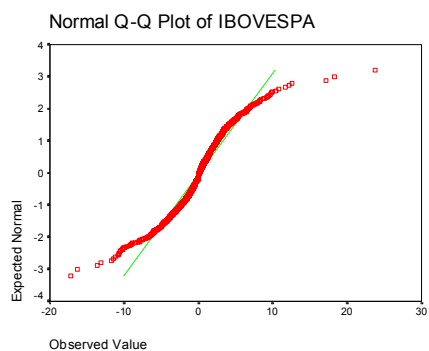
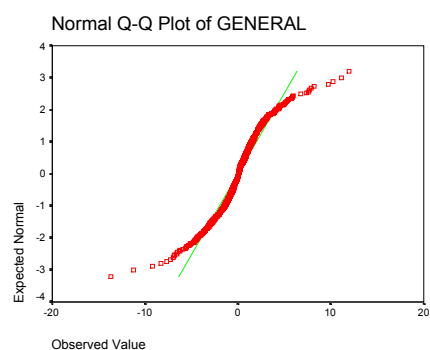


Figura 2: Densidade Empírica e Modelagem Alfa-Estável e Normal na América Latina

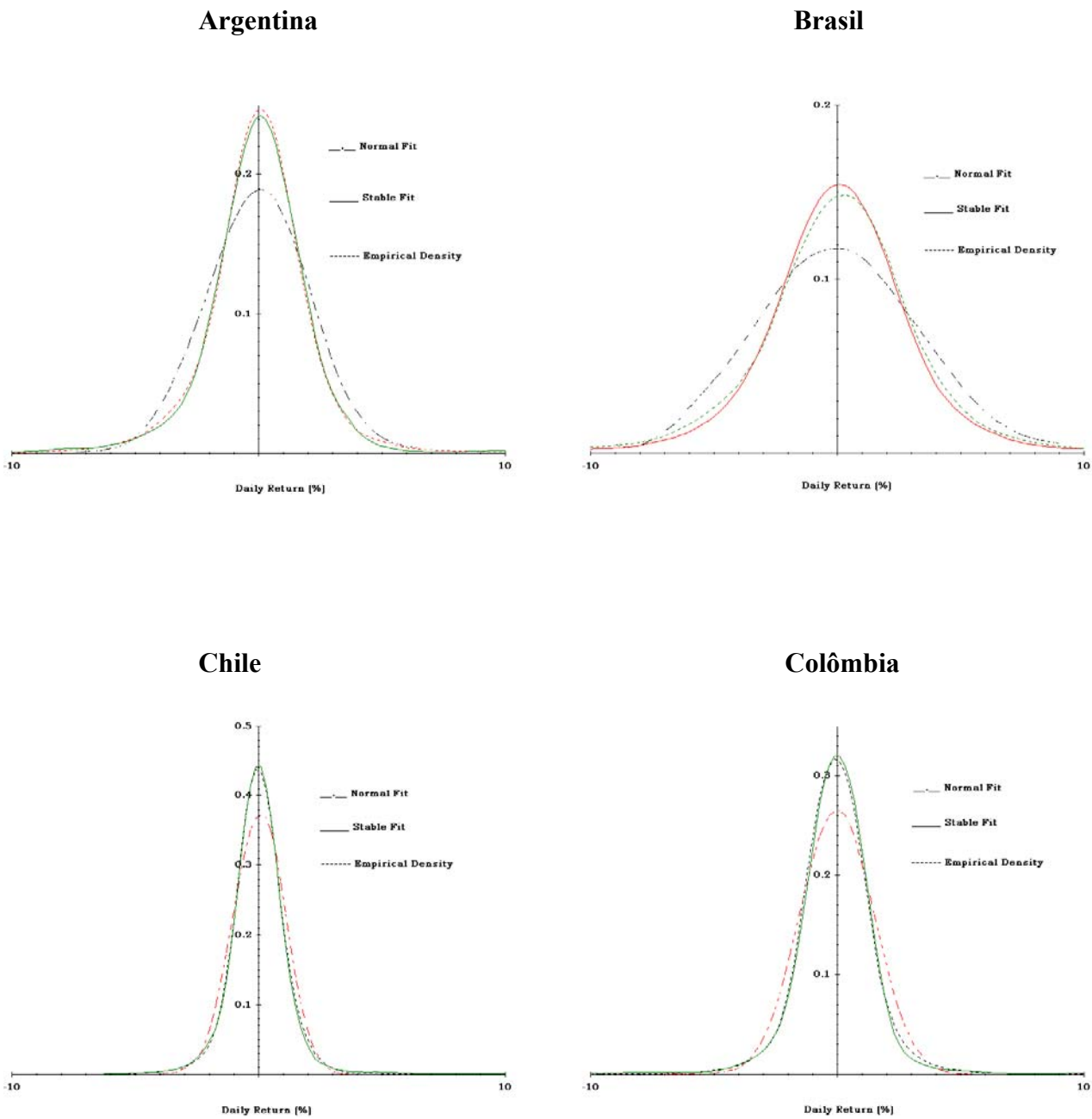
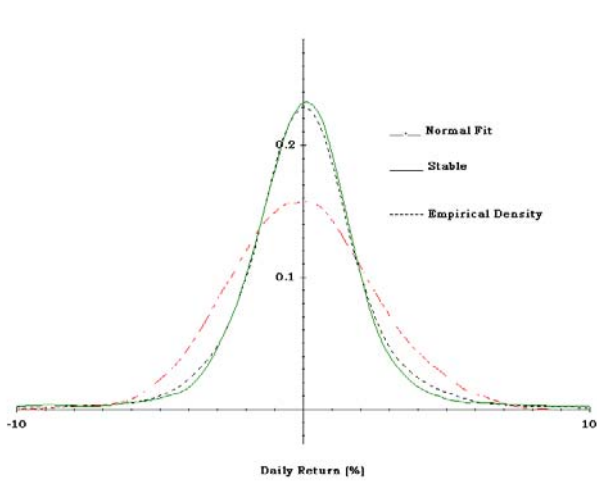
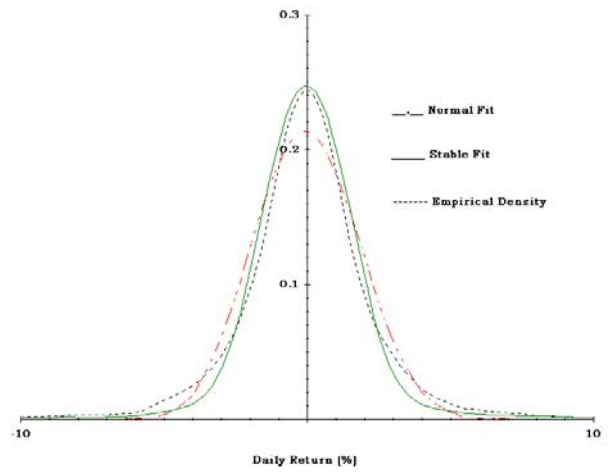


Figura 2: Densidade Empírica e Modelagem Alfa-Estável e Normal (Cont.)

México



Peru



Venezuela

