

AVERSÃO A PERDAS: COMPARAÇÃO DE DECISÕES DE INVESTIMENTO ENTRE INVESTIDORES INDIVIDUAIS E FUNDOS DE PENSÃO NO BRASIL

Autoria: Luiz Augusto Martits, William Eid Junior

Resumo

O objetivo deste trabalho é analisar se o uso de uma função preferência que incorpora assimetria na reação do investidor frente a ganhos e perdas (aversão a perdas) permite gerar resultados mais coerentes com o comportamento real de investidores brasileiros, na seleção de portfólios ótimos de investimento, do que uma função que não incorpora este tipo de assimetria (função utilidade tradicional). Os resultados quanto à participação do ativo com risco (mercado acionário) na composição do portfólio ótimo gerados pelos dois tipos de função utilidade (tradicional e com aversão a perdas) são comparados com dados reais agregados de composição do portfólio de investimentos de dois tipos de investidores brasileiros - fundos de pensão e investidores individuais - visando verificar a capacidade de cada função em relação em replicar o comportamento real destes investidores. As simulações indicam que a função utilidade tradicional deve ser rejeitada como modelo representativo do comportamento dos investidores individuais, sendo o comportamento destes investidores melhor representado por uma função que incorpora aversão a perdas.

1 - OBJETIVO E JUSTIFICATIVA

O objetivo deste trabalho é testar, no mercado brasileiro, se o uso de preferências que incorporem aversão assimétrica entre ganhos e perdas (presença de aversão a perdas ou ao desapontamento) permite gerar resultados que representem melhor o comportamento dos investidores do que uma função utilidade tradicional (função utilidade na forma proposta por Von Neumann-Morgenstern, 1944) em termos de participação do mercado acionário no portfólio ótimo de investimentos. Conforme já antecipado por alguns autores, além da incapacidade em incorporar o comportamento previsto no Paradoxo de Allais (Allais, 1953) entre outras violações dos axiomas da teoria da utilidade esperada, a função utilidade tradicional também não permite acomodar em seus resultados decisões de investimento onde o investidor apresenta baixas taxas de investimento no mercado acionário (Ang, Bekaert e Liu, 2005). A maior flexibilidade do modelo de preferência com aversão a perdas indica ser este um modelo mais adequado para acomodar os diversos tipos de comportamento presentes no mercado brasileiro.

O foco do trabalho será especificamente em dois tipos de investidores, que serão melhor caracterizados mais adiante: investidor individual e fundos de pensão. Dados agregados de investimentos no mercado financeiro brasileiro sugerem que os investidores individuais investiram, no período de 1997 a 2006, entre 6,2% e 14,0% do seu portfólio em ações. Por outro lado, dados da ABRAPP (Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar) indicam que, no mesmo período, os fundos de pensão brasileiros aplicaram, em média, entre 27,0% e 41,4% de sua carteira de investimentos em renda variável (mercado acionário e fundos de renda variável), sugerindo uma aversão ao risco sensivelmente menor por parte destes investidores institucionais.

O modelo testado parte da premissa de que o investidor possui duas alternativas de investimento (ativo com risco e ativo sem risco) e busca maximizar a utilidade gerada pelo seu portfólio de investimentos através da composição ótima do ativo com risco (mercado acionário, referenciado pelo Ibovespa) e do ativo sem risco (títulos do governo, referenciados pela taxa CDI). O modelo pressupõe ainda que o investidor reavalia seus investimentos uma vez ao ano e toma decisões sobre os investimentos nestes horizontes de decisão com base nas suas expectativas de risco e retorno para os dois ativos mencionados acima.

Especificamente, são duas as hipóteses a serem testadas neste trabalho:

Hipótese nula (H_0): O comportamento agregado dos investidores brasileiros quanto à taxa de investimento no mercado acionário é adequadamente representado por uma função utilidade na sua forma tradicional (que só leva em conta a aversão ao risco de segunda ordem).

Hipótese alternativa (H_1): O comportamento agregado dos investidores brasileiros quanto à taxa de investimento no mercado acionário é melhor representado por uma função preferência que incorpora aversão a perdas (aversão ao risco de primeira ordem) do que por uma função utilidade na sua forma tradicional.

A adequação de cada função será testada com base na análise dos parâmetros resultantes da otimização de cada função que permitem gerar resultados coerentes com o comportamento real dos investidores no mercado brasileiro. No caso da função utilidade tradicional, o parâmetro a ser verificado será a aversão ao risco de segunda ordem (γ) e no caso da função preferência com aversão a perdas, os parâmetros a serem verificados serão a própria aversão ao risco de segunda ordem (γ) e a aversão a perdas (D). A rejeição ou não das funções dependerá dos graus de aversão ao risco e aversão a perdas resultantes das simulações estarem dentro de intervalos considerados aceitáveis, como será visto mais adiante na descrição da metodologia.

O restante deste trabalho está dividido da seguinte forma: a Seção 2 detalha a metodologia dos testes de hipótese. A Seção 3 descreve resumidamente o perfil dos investidores. A Seção 4 apresenta os resultados dos testes de hipótese e a Seção 5 analisa as implicações econômicas dos resultados dos testes e conclui o trabalho.

2 - METODOLOGIA

O modelo de maximização de utilidade pressupõe as seguintes premissas:

1. O investidor possui duas opções de investimento: ativo com risco (mercado acionário) e ativo sem risco (CDI);
2. Conforme embasamento teórico de Benartzi e Thaler (1995), o investidor reavalia seus investimentos com frequência anual e realoca seu portfólio de investimentos no fim de cada período com base nas suas expectativas de retorno e risco para o período seguinte;
3. O investidor não faz venda a descoberto do Ibovespa, assim como não toma dinheiro emprestado para investir mais do que 100% do seu portfólio no ativo com risco;
4. A composição anual do portfólio de investimentos é definida com o objetivo de maximizar a utilidade gerada pelo portfólio no final do horizonte de decisão, supondo dois modelos alternativos de preferência, conforme abaixo:

Modelos de maximização testados:

1. Função utilidade tradicional:

$$\text{Max}_{(\alpha)} E[U(W)]$$

Tal que:

$$E[U(W)] = \int_{-\infty}^{\infty} U(W) dF(W)$$

e

$$U(W) = \frac{W^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

Sujeito à:

$$W = 1 + (1-\alpha)r_f + \alpha r_m$$

2. Função preferência com aversão a perdas (ou ao desapontamento):

$$\text{Max}_{(\alpha)} E[U(W, V_f)]$$

Tal que:

$$E[U(W, V_r)] = \frac{1}{K} \left(\int_{-\infty}^{V_r} U(W) dF(W) + D \int_{V_r}^{+\infty} U(W) dF(W) \right)$$

e

$$U(W) = \frac{W^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

Sujeito à:

$$W = 1 + (1-\alpha)r_f + \alpha r_m$$

Onde:

r_f = retorno do ativo sem risco (CDI)

r_m = retorno do ativo com risco (Ibovespa)

α = percentual investido no ativo com risco

γ = coeficiente de aversão ao risco (de segunda ordem)

D = coeficiente de aversão a perdas ou ao desapontamento ($D \leq 1$)

V_r = valor referencial para diferenciar ganhos e perdas

$F(W)$ = função distribuição cumulativa do retorno do investimento
(assumida como sendo uma distribuição normal)

K = Probabilidade($W < V_r$) + $D \times$ Probabilidade($W > V_r$)

A forma de ponderação da função preferência com aversão a perdas é similar àquela adotada no artigo de Ang, Bekaert e Liu (2005). No entanto, ao contrário do critério adotado por estes autores, o valor referencial (V_r) para diferenciar ganhos de perdas não é o equivalente-certo, que apresenta dificuldades computacionais por ser uma variável endógena ao problema, mas sim a riqueza inicial (W_0) mais o retorno do ativo livre de risco, conforme metodologia adotada por Barberis, Huang e Santos (2001). Enquanto Ang, Bekaert e Liu (2005) utilizam o embasamento axiomático de Gul (1991) para justificar o uso do equivalente-certo como valor referencial para diferenciar ganhos e perdas, Barberis, Huang e Santos (2001) utilizam uma variável exógena ao problema de maximização (a riqueza inicial mais o retorno do ativo livre de risco), tendo por base evidências comportamentais, como aquelas apresentadas no artigo de Kahneman e Tversky (1979).

A função utilidade na forma potência foi selecionada por apresentar preferências do tipo CRRA (*Constant Relative Risk Aversion*), tendo sido extensamente utilizada em artigos acadêmicos, como no próprio artigo de Ang, Bekaert e Liu (2005).

O horizonte de decisão anual se refere ao período em que o investidor reavalia seus investimentos, e não ao horizonte em que este planeja usufruir dos seus resultados. Esta diferenciação entre horizontes de avaliação e de usufruto, que é feita por Kahneman e Tversky (1979) na aplicação da teoria da perspectiva e também é utilizada por Benartzi e Thaler (1995), é importante em modelos comportamentais, pois, mesmo que o investidor usufrua dos resultados dos seus investimentos só na sua aposentadoria, este avalia e calcula a utilidade dos retornos em períodos menores, e realoca seus investimentos nestes períodos de reavaliação.

Determinação de Parâmetros Aceitáveis

Ainda que a determinação de parâmetros aceitáveis de aversão ao risco não seja um processo que resulte em respostas absolutas, não sendo possível identificar com clareza a partir de que grau a aversão ao risco se torna rejeitável de forma mais contundente, alguns artigos dão indicações de quais intervalos podem ser considerados razoáveis. Friend e Blume (1975), por exemplo, analisaram dados de consumidores norte-americanos e acharam evidências de que o comportamento destes investidores pode ser melhor replicado por graus de aversão ao risco (γ) em torno de 2, mas trabalharam com uma função quadrática. Mehra e Prescott (1985) utilizam uma função utilidade do tipo CRRA e mencionam vários trabalhos,

inclusive de Arrow (1971), cujos resultados sugerem como razoáveis graus de aversão ao risco entre 0 e 2. Benartzi e Thaler (1995) mencionam como razoáveis graus de aversão ao risco em torno de 1.

Aversão ao Risco

A determinação de parâmetros adequados para os grau de aversão ao risco e aversão a perdas neste trabalho é feita com base nas loterias de Rabin (2000). Com base nesta metodologia, é possível identificar quais níveis de aversão ao risco (ou a perdas) implicam em comportamentos exagerados quando trazidos para um conjunto de decisões mais simples.

A determinação dos limites máximos aceitáveis para os coeficientes de aversão ao risco (γ) e aversão a perdas (D) será feita através da identificação dos coeficientes que resultam na rejeição de loterias onde as possibilidades de ganho são infinitamente altas e as de perda reduzidas, loterias estas cuja rejeição não seriam economicamente aceitáveis para a grande maioria dos investidores em condições normais de decisão de investimento.

Considere uma loteria onde o investidor aplica \$1,00 e tem os dois cenários possíveis abaixo e suas respectivas probabilidades (o valor da riqueza inicial não interfere nos resultados já que se trata de uma função CRRA):

Cenário 1: riqueza final de R_1 (probabilidade=50%)

Cenário 2: riqueza final de \$0,90 (probabilidade=50%)

Para $\gamma \geq 8$, o investidor rejeitará esta loteria, independentemente do *payoff* do cenário 1. Ou seja, um investidor com este grau de aversão ao risco jamais aceitaria apostar em um jogo onde tem 50% de chance de perder 10% da sua riqueza, mesmo que o cenário positivo (e com a mesma probabilidade) lhe ofereça ganhos infinitos. Este resultado mostra que o comportamento representado por $\gamma \geq 8$ reflete um grau de aversão ao risco muito elevado, e que dificilmente poderia ser considerado aceitável em situações normais de decisão de investimento.

O irrealismo deste comportamento pode ser melhor compreendido se considerarmos que o investidor pode dividir sua riqueza em parcelas iguais e investir estas n parcelas em n loterias equivalentes à loteria acima. Suponha, por exemplo, que o retorno da loteria no cenário 1 seja de 100%, ou seja, $R_1=2,0$ (o retorno no cenário 1 poderia ser maior, já que o investidor rejeitaria até mesmo loterias que tenham *payoff* infinito neste cenário). Supondo que o investidor divida sua riqueza em cinco porções iguais, teremos que o retorno x deste conjunto de cinco loterias tem um valor esperado, dado por $E(x) = r_1 p + r_2 (1-p)$, de $E(x)=45,0\%$, enquanto a probabilidade do investidor obter um retorno final negativo, dada por $(1-p)^5$, é de apenas 3,1% (já que o saldo final conjunto das cinco loterias só será negativo se todas as cinco loterias gerarem o cenário 2). E, mesmo que o cenário 2 ocorra para as cinco loterias, o investidor perderá apenas 10% da sua riqueza.

Ainda que a loteria anterior permita determinar que $\gamma \geq 8$ representa um grau de aversão ao risco extremamente elevado, não deixa claro as implicações de considerar valores inferiores a $\gamma=8$ que, conforme indicado por alguns artigos, podem representar graus também elevados. Visando dar maior abrangência no critério de rejeição das hipóteses testadas, decidiu-se classificar o grau de rejeição em quatro níveis:

- Rejeição forte: graus de aversão ao risco que implicam na rejeição da loteria acima com possibilidade de perda de 10% no cenário ruim, por melhor que seja o retorno do cenário bom;
- Rejeição média: graus de aversão ao risco que implicam na rejeição da loteria acima com possibilidade de perda de 15% no cenário ruim, por melhor que seja o retorno do cenário bom;

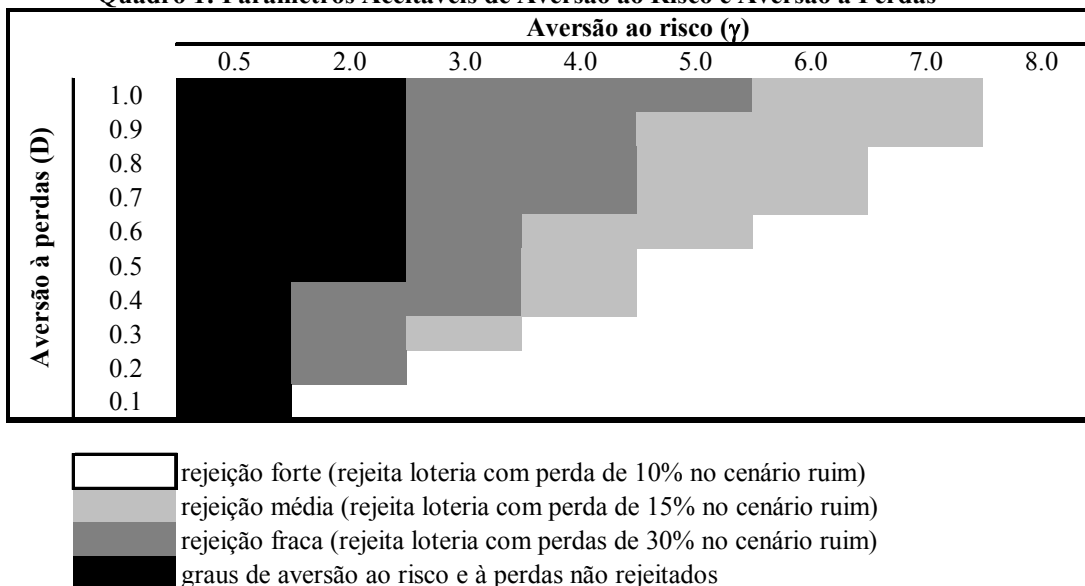
- Rejeição fraca: graus de aversão ao risco que implicam na rejeição da loteria acima com possibilidade de perda entre 20% e 30% no cenário ruim, por melhor que seja o retorno do cenário bom;
- Não-rejeição: graus de aversão ao risco que não geram rejeição da loteria de forma independente do retorno no cenário bom.

Utilizando a lógica acima, chegou-se à seguinte classificação quanto à rejeição dos graus de aversão ao risco: rejeição forte: $\gamma > 7$; rejeição média: $5 < \gamma \leq 7$; rejeição fraca: $2 < \gamma \leq 5$; não-rejeição: $\gamma \leq 2$.

Aversão a Perdas

A determinação de parâmetros aceitáveis de aversão a perdas (D) segue a mesma metodologia utilizada acima na determinação de parâmetros aceitáveis para o coeficiente de aversão ao risco (γ). O quadro abaixo apresenta a classificação das diversas combinações de aversão ao risco e aversão a perdas de acordo com os quatro graus de rejeição propostos anteriormente.

Quadro 1: Parâmetros Aceitáveis de Aversão ao Risco e Aversão a Perdas



Apesar do critério de rejeição acima ser subjetivo, é importante ressaltar, conforme já descrito no início desta seção, que vários autores já indicaram, no caso de uma função utilidade tradicional, que graus de aversão ao risco razoáveis se situam entre 0 e 2, e que valores acima de $\gamma=2$ são considerados elevados.

3 - CARACTERIZAÇÃO DOS INVESTIDORES

Investidor Pessoa Física (Investidor Individual)

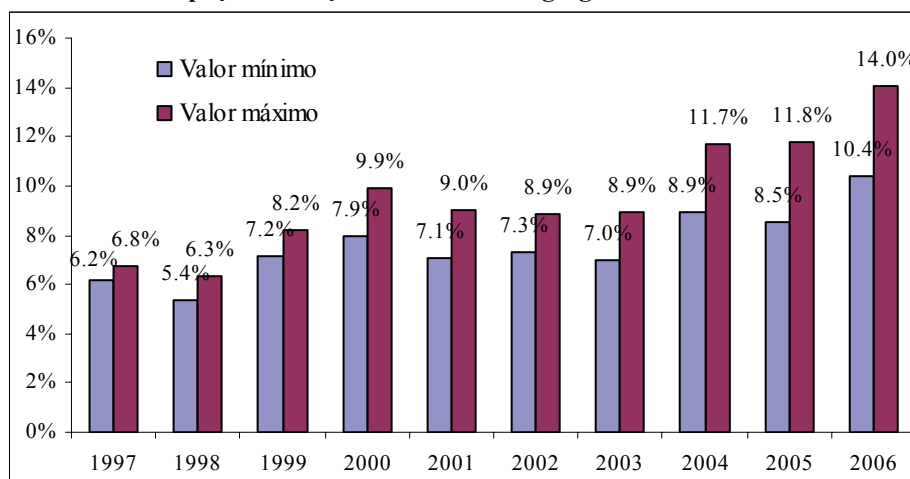
O investidor pessoa física (ou investidor individual), do ponto de vista deste trabalho, é caracterizado como o agente decisor que investe sua própria riqueza, sendo o principal prejudicado ou beneficiado por eventuais variações negativas ou positivas no seu patrimônio decorrentes das suas decisões de investimento. Apesar da possibilidade de intermediação e influência de terceiros no seu processo decisório (e.g., gerentes de banco, administradores de fundos, conselheiros de investimentos, etc), a responsabilidade pela decisão final é totalmente sua, e o patrimônio envolvido, em última instância, é essencialmente o seu próprio. O investidor pessoa física é o equivalente ao termo em inglês “household”, comumente utilizado em microeconomia como a unidade básica de análise quanto às decisões de consumo e poupança. O investidor pessoa física se contrapõe ao investidor institucional, caracterizado

como uma pessoa jurídica que administra o patrimônio de terceiros e recebe uma comissão ou taxa de administração por este tipo de serviço (e.g., fundos de pensão, fundos de investimento, fundos de *private equity*, etc).

Para efeito da análise da composição agregada do portfólio destes investidores, considerou-se apenas algumas categorias de investimento que representam a maior parte do patrimônio das aplicações financeiras destes investidores: poupança, fundos de investimento, CDB e investimento direto em ações. Estas quatro categorias de investimento se caracterizam como as principais opções de investimento em ativos financeiros disponíveis à maior parte da população. Outros tipos de aplicações financeiras têm baixa representatividade sobre o total investido por pessoas físicas, e sua exclusão não impacta nos resultados dos modelos. Este trabalho se restringe apenas à análise da composição da carteira de investimento em ativos financeiros, pressupondo que as decisões de investimento em ativos não-financeiros não influem na composição do portfólio de investimentos financeiros.

O gráfico abaixo apresenta os valores mínimo e máximo estimados de participação do investimento em ações no portfólio agregado anual dos investidores pessoa física no período de 1997 a 2006. O uso de intervalos se deve à dificuldade em se estimar o valor investido em algumas opções de investimento, sendo calculados através da estimação de algumas variáveis, o que gera um intervalo de valores possíveis ao invés de um número absoluto. A participação das ações no portfólio é calculada como a soma do investimento direto em ações e fundos de ações dividida pelo total dos investimentos financeiros.

Gráfico 1: Participação das Ações no Portfólio Agregado de Investidores Individuais



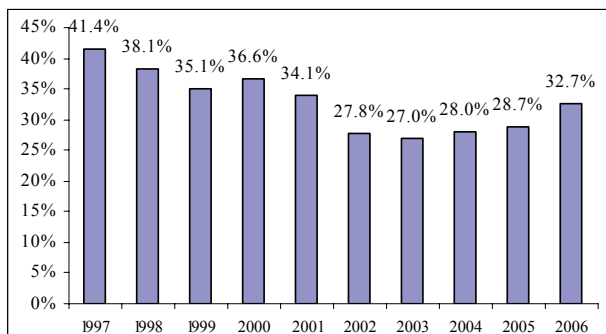
Fonte: ANBID (fundos), CETIP (CDB), IPEADdata (poupança), Bovespa.
Dados trabalhados pelo autor.

Fundos de Pensão

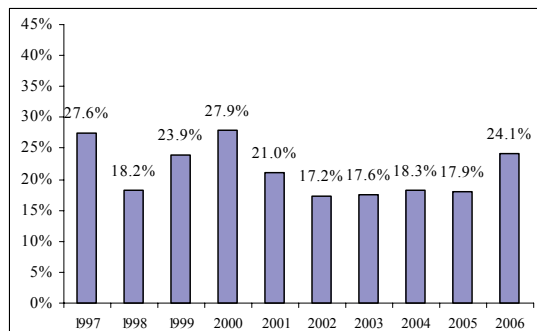
Foram considerados como fundos de pensão todas as entidades fechadas de previdência complementar cujo objetivo é oferecer uma aposentadoria complementar à oferecida pelo sistema público. O fundo Previ, dos funcionários do Banco do Brasil, representa atualmente em torno de 28% do total de recursos administrados por fundos de pensão brasileiros, tendo portanto uma representatividade bastante significativa.

No período de 1997 a 2006, os investimentos em ações representaram entre 27% e 41% do total dos ativos destes fundos. No entanto, ao se excluir o fundo Previ, a taxa de investimento em ações cai para valores entre 17% e 28%, conforme gráficos abaixo:

Gráfico 2: Participação dos Investimentos em Ações na Carteira Agregada dos Fundos de Pensão Incluindo Fundo Previ



Excluindo Fundo Previ



Nota: dados de 1997 e 1998 são estimados
Fontes: ABRAPP, SPC e Previ

4 - TESTES DAS HIPÓTESES

Premissas

Os testes das hipóteses H_0 e H_1 foram efetuados utilizando-se a seguinte metodologia para estimar as expectativas de retorno e risco para cada ano:

- Retorno do ativo livre de risco: expectativa quanto à taxa CDI anual estimada com base no retorno embutido em contratos futuros em negociação na BM&F;
- Risco (desvio-padrão) do mercado acionário: estimado através do método EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*);
- Prêmio pelo risco de mercado: estimado pelo índice de Sharpe.

Para a expectativa de retorno anual do ativo livre de risco (CDI), foi utilizado o retorno embutido nos contratos futuros de taxa de juros (DI) negociados na BM&F com vencimentos mais próximos à data da decisão (ou seja, os primeiros vencimentos de cada ano).

O quadro abaixo apresenta os retornos anuais nominais esperados do CDI estimados com base na metodologia descrita acima, assim como o valor do CDI deflacionado pela inflação prevista em cada ano e as taxas anuais realizadas do CDI (para comparação):

Quadro 2: Expectativa de Rendimento Anual do Ativo Livre de Risco (CDI)

Ano	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
CDI estimado nominal *	21.82%	35.59%	27.94%	18.25%	14.94%	18.02%	24.24%	15.20%	17.05%	16.32%
Inflação estimada **	7.50%	5.00%	7.00%	6.40%	4.34%	4.84%	13.24%	5.92%	6.08%	4.46%
CDI estimado real (deflacionado)	13.32%	29.13%	19.57%	11.13%	10.16%	12.57%	9.72%	8.76%	10.35%	11.35%
CDI realizado nominal	24.78%	28.79%	25.59%	17.43%	17.32%	19.17%	23.35%	16.25%	19.05%	15.08%

* Estimativa com base nos contratos futuros de DI negociados na BM&F no início de cada ano. Fonte: BM&F

** Inflação estimada no início de cada ano. Fonte: relatórios do Banco Central e IPEADData (1999 a 2006), dados do autor (1997 e 1998)

Os dados utilizados nas simulações são as taxas estimadas *deflacionadas* do CDI, uma vez que o objetivo é identificar o portfólio ótimo sem considerar o efeito da inflação no processo decisório do investidor.

Para a estimação da expectativa de risco (desvio-padrão) do mercado acionário para cada ano foi utilizada a metodologia do EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*), uma média móvel das observações históricas que permite dar maior peso aos eventos mais recentes. Conforme metodologia aplicada pelo banco J.P. Morgan (RiskMetrics, 1996), a volatilidade do retorno de um ativo pode ser estimada da seguinte forma:

$$\sigma_t^2 = EWMA = (1 - \lambda) \sum_{j=1}^L \lambda^{j-1} r_{t-j}^2$$

onde σ_{t+1}^2 = previsão da variância para t

λ = fator de decaimento

r_{t-j} = retorno do período t-j

L = número de observações consideradas

Através da minimização dos erros ao quadrado de previsão da volatilidade dos retornos do Ibovespa para o período de 1997-2006, encontrou-se um fator de decaimento de $\lambda=0,91$. Para estimar este fator, foram consideradas todas observações mensais de retorno desde 1974 até o mês anterior a cada ano que se deseja prever o desvio-padrão. Assim, a fórmula do EWMA apresentada acima foi utilizada para prever o desvio-padrão do retorno mensal, e este desvio-padrão foi posteriormente anualizado pela fórmula $DP_{\text{anual}} = DP_{\text{mensal}} \times \sqrt{12}$. Este critério permitiu utilizar uma base histórica maior, necessária para a aplicação desta metodologia.

O quadro a seguir apresenta o desvio-padrão anualizado previsto pelo EWMA, assim como o desvio-padrão anualizado estimado com base nas variações mensais do Ibovespa de cada ano do período de 1997 a 2006. Os valores do retorno do Ibovespa utilizados para cálculo do desvio-padrão foram deflacionados pelo IPC-FIPE.

Quadro 3: Desvio-Padrão Realizado e Estimado

Ano	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Desvio-padrão realizado *	41.0%	59.1%	35.3%	30.5%	34.2%	35.2%	23.9%	18.1%	27.9%	20.6%
Desvio-padrão estimado **	46.6%	44.6%	56.3%	49.9%	38.5%	34.8%	36.0%	33.4%	24.5%	25.4%

* Desvio-padrão anualizado do retorno mensal deflacionado

** Estimado pelo método EWMA

O uso do índice de Sharpe para estimar o prêmio pelo risco tem a vantagem de não se basear apenas em dados históricos, que pecam por não permitir incorporar expectativas futuras. A metodologia adotada segue uma lógica similar àquela utilizada por Friend e Blume (1975), onde o alfa ótimo (e o grau de aversão relativa ao risco) é determinado em função da relação retorno/risco oferecida pelo ativo com risco. Christelis, Jappelli e Padula (2006) também estimam a participação do mercado acionário no portfólio ótimo como função do índice de Sharpe. Por ser calculado em função das expectativas de retorno do CDI e do risco de mercado, esta metodologia não gera cenários distorcidos onde o prêmio é muito baixo ou até negativo, caso em que os investidores não investiriam no mercado acionário. Este tipo de distorção pode ocorrer quando se utiliza modelos de previsão onde as estimativas de risco e prêmio pelo risco não estão vinculadas, como o método dos dividendos descontados. Desta forma, com o índice de Sharpe a estimativa de retorno de mercado fica restrita à análise e à discussão de patamares adequados de um único índice.

Foram utilizados três valores para o índice de Sharpe (IS): IS=0,15, IS=0,2 e IS=0,3, tendo como referência os prêmios historicamente pagos pelo mercado brasileiro, conforme apresentado no quadro abaixo, que apresenta os dados históricos calculados com base na média aritmética dos retornos anuais deflacionados. Através deste quadro é possível observar que o índice de Sharpe no Brasil se situa no intervalo entre 0,16 e 0,28.

Quadro 4: Mensuração do Índice de Sharpe no Brasil

Período	Retorno Médio		Desvio	Prêmio	Índice de Sharpe
	Ibovespa	CDI	Ibovespa		
1974-2006	31.10%	9.90%	84.20%	21.20%	0.25
1974-1996	34.80%	7.90%	95.80%	26.90%	0.28
1997-2006	22.70%	14.50%	51.80%	8.10%	0.16

Nota: dados deflacionados

Quanto ao uso da média aritmética, ela se justifica pelo objetivo do trabalho, que é estimar expectativas de curto prazo (um ano). De forma geral, quando o objetivo é estimar retornos no longo prazo, os autores apresentam desvantagens tanto para a média aritmética como para a média geométrica: enquanto o uso da média aritmética tem o defeito de

superestimar os retornos no longo prazo, a média geométrica tem o defeito inverso, de subestimar os retornos de longo prazo (Blume, 1974). Apesar de não haver um consenso para estimativas de longo prazo, diversos autores consideram adequado o uso da média aritmética quando se tratam de estimativas de curto prazo. Damodaran (1999), por exemplo, sugere que a média aritmética é adequada para estimativas de prêmio pelo risco de curto prazo, mas ressalta que se os retornos históricos forem negativamente correlacionados, a média aritmética tenderá a superestimar o prêmio pelo risco no longo prazo, sendo então mais adequada a média geométrica. Varga (2001) reforça a adequação do uso da média aritmética para períodos intermediários (ou de curto prazo) em contrapartida ao uso da média geométrica para análises de longo prazo. Blume (1974) mostra que quanto menor o horizonte de investimento (N) vis-à-vis o horizonte da amostra histórica (T), maior é a adequação da média aritmética. No limite mínimo, quando $N=1$, a média aritmética é a forma correta de estimar os retornos.

Os critérios adotados acima geraram o seguinte conjunto de expectativas para os retornos anuais de cada ano:

Quadro 5: Conjunto de Premissas para os Testes de Hipótese

Ano	Retorno Mercado (IS=0,15)	Retorno Mercado (IS=0,20)	Retorno Mercado (IS=0,30)	Retorno CDI	Risco Mercado (D.Padrão)
1997	20.30%	22.60%	27.30%	13.30%	46.60%
1998	35.80%	38.10%	42.50%	29.10%	44.60%
1999	28.00%	30.80%	36.50%	19.60%	56.30%
2000	18.60%	21.10%	26.10%	11.10%	49.90%
2001	15.90%	17.80%	21.70%	10.20%	38.50%
2002	17.80%	19.50%	23.00%	12.60%	34.80%
2003	15.10%	16.90%	20.50%	9.70%	36.00%
2004	13.80%	15.40%	18.80%	8.80%	33.40%
2005	14.00%	15.20%	17.70%	10.30%	24.50%
2006	15.20%	16.40%	19.00%	11.40%	25.40%

IS = Índice de Sharpe

Resultados

O Apêndice no final deste artigo apresenta os resultados das simulações com as premissas apresentadas acima. Comparando-se as taxas de investimento agregadas reais dos investidores pessoa física e dos fundos de pensão (gráficos 1 e 2) com o Apêndice, é possível chegar às seguintes conclusões:

- i) a função utilidade tradicional (hipótese H_0) *não* é rejeitada como modelo representativo do comportamento agregado dos fundos de pensão quando se *inclui o fundo Previ*, sendo, na pior das hipóteses, rejeitada apenas na forma fraca, mesmo no cenário com maior expectativa de prêmio pelo risco (IS=0,3);
- ii) a função utilidade tradicional *não* é rejeitada como modelo representativo do comportamento agregado dos fundos de pensão quando se *exclui o fundo Previ* nos cenários com IS=0,15 e IS=0,2, mas é rejeitada quando se pressupõe expectativas de prêmio pelo risco mais elevadas (IS=0,3);
- iii) a função utilidade tradicional *é rejeitada* como modelo representativo do comportamento agregado dos investidores individuais (hipótese H_0);
- iv) não é possível rejeitar a função preferência com aversão a perdas como modelo representativo do comportamento agregado dos investidores individuais (hipótese H_1).

Com base no Apêndice, é possível notar que a função preferência com aversão a perdas permite gerar resultados coerentes com o comportamento real dos investidores individuais nos 10 anos da amostra para os três cenários de expectativas de prêmio pelo risco: os níveis reais de investimento dos investidores individuais no mercado acionário podem ser

replicados por uma função preferência com aversão a perdas que tenha coeficiente de aversão ao risco de $\gamma=2$ e coeficiente de aversão a perdas (D) entre 0,5 e 0,9. Outras combinações de aversão ao risco e aversão a perdas também permitem gerar resultados similares ao comportamento real dos investidores individuais no período da amostra, mas teriam níveis de rejeição mais elevados (note que o intervalo mencionado acima se situa na região onde não há rejeição da hipótese H_1 em nenhum nível, conforme parâmetros definidos na Seção 2). A hipótese H_0 , por outro lado, é rejeitada para os investidores individuais, pois a função utilidade tradicional não permite replicar o comportamento destes investidores dentro de níveis aceitáveis de aversão ao risco (γ).

5 - CONCLUSÃO

Ainda que a função preferência com aversão a perdas já tenha sido objeto de análise de vários trabalhos, e mais recentemente alguns deles no Brasil, o presente trabalho adiciona novas informações ao utilizar dados reais de retorno e risco do mercado brasileiro, e basear a análise em taxas reais de investimento dos dois grupos de investidores, permitindo a comparação direta entre os dois tipos de função e as duas categorias de investidores. Outros artigos normalmente focam em um único tipo de investidor, e a metodologia utilizada normalmente se baseia em testes de laboratório ou em modelos teóricos. Desta forma, este trabalho complementa e adiciona algumas informações novas aos trabalhos efetuados recentemente por outros autores no Brasil (e.g., Pessoa, Bonomo e Garcia, 2007; Iglesias, Battisti e Pacheco, 2006) que, de forma geral, compartilham a idéia central de que a preferência com aversão a perdas apresenta algumas qualidades não presentes na função utilidade tradicional.

Este trabalho contribui ainda na forma de modelagem da função preferência com aversão a perdas, uma combinação do modelo de Ang, Bekaert e Liu (2005) com a premissa de valor referencial de Barberis, Huang e Santos (2001). Ainda que o modelo de preferência com aversão a perdas tenha uma representação matemática muito similar ao modelo de Ang, Bekaert e Liu (2005), difere deste pelo fato de utilizar um valor referencial que não é o equivalente-certo, permitindo o uso de valores referenciais mais próximos da realidade dos investidores e da sua forma de raciocinar. Desta forma, ao utilizar a taxa livre de risco como valor referencial, distancia-se do suporte axiomático proposto por Gul (1991) e Ang, Bekaert e Liu (2005). Por outro lado, o modelo não pressupõe gosto pelo risco na região das perdas conforme modelo proposto por Tversky e Kahneman (1992), indicando que esta premissa não é condição necessária para que a função preferência com aversão a perdas se apresente como um modelo adequado para representar o comportamento dos investidores individuais.

Em termos microeconômicos, os resultados dos testes de hipótese corroboram com vários outros trabalhos na linha de aversão a perdas e teoria comportamental, a partir dos quais fica mais clara a inadequação de uma função utilidade tradicional e a necessidade de se aprimorá-la de forma a acomodar comportamentos que não são coerentes com seus axiomas. Mais especificamente, a presença de aversão a perdas implica que a sensibilidade do investidor a riscos não está vinculada apenas à aversão à variância, mas também à rejeição mais exarcebada de cenários com retornos não satisfatórios. Desta forma, fundos de investimento com estratégias que permitam reduzir estes cenários (através do uso de derivativos, por exemplo) podem ser mais atrativos aos olhos dos investidores individuais do que fundos com prêmios pelo risco equivalentes, mas que atinjam cenários identificados como “perdas” com maior frequência.

No caso dos investidores individuais, se por um lado a função preferência com aversão a perdas supõe maior aversão para cenários com retornos abaixo do valor referencial, por outro lado o comportamento destes investidores se mostra mais elástico para mudanças de expectativas quanto ao risco de mercado e o prêmio pelo risco. Supondo uma melhora na

relação retorno/risco do mercado acionário (por exemplo, queda do desvio-padrão do retorno de mercado de 40% para 32% e prêmio pelo risco estável em 8%), e considerando um investidor médio que apresente aversão ao risco de $\gamma=2,0$ e aversão a perdas de $D=0,7$, seria esperado um aumento em torno de 1.100 pontos-base na taxa de investimento média em ações por parte destes investidores - um investidor que tenha 8% de seu portfólio em ações, por exemplo, aumentaria esta participação para aproximadamente 19% como resposta a esta mudança de expectativa (mais do que dobrando portanto o investimento em ações). Em contrapartida, um investidor que não apresente aversão a perdas, e tenha aversão ao risco de $\gamma=2,0$, reagiria com um aumento de 1.500 pontos-base na taxa de investimento em ações, passando de um alfa de 28% para um alfa de 43%. Assim, ainda que o crescimento em termos de pontos-base do investidor com aversão a perdas seja menor, seu crescimento relativo é maior.

Provavelmente, a melhor explicação para esta diferença na forma de tomar uma decisão de investimentos decorra da proximidade ou intensidade que o impacto da decisão tem para cada investidor. Como o administrador de um fundo de pensão não está administrando seu próprio patrimônio, seu processo decisório fica menos sujeito à rejeição de cenários negativos, desde que estes cenários negativos tenham a possibilidade de serem recuperados no longo prazo. Os investidores individuais, por outro lado, sofrem com maior intensidade em decorrência de variações negativas na sua riqueza, pois elas representam uma redução diretamente proporcional na sua capacidade de consumo. Desta forma, cenários com retornos ruins são rejeitados de forma mais intensa por um investidor individual do que por um investidor que toma decisões relacionadas à riqueza de terceiros. Mesmo que os cenários negativos tenham possibilidade de serem recuperados, o sofrimento pela perda de riqueza para o investidor individual provavelmente não compensa a espera de retornos positivos no longo prazo, daí a rejeição mais forte dos cenários negativos na forma proposta pela função preferência com aversão a perdas.

Ainda que a forma de classificação dos graus de aversão ao risco e aversão a perdas utilizados neste trabalho sejam subjetivos, eles partem de parâmetros já apresentados por outros autores. De fato, é difícil ignorar que alguns graus de rejeição são intuitivamente extremados, como pôde ser visto nos resultados das aplicações destes graus de aversão (ao risco e a perdas) nas loterias de Rabin. Supor, por exemplo, que graus de aversão ao risco (γ) maiores do que 5 sejam aceitáveis para o comportamento médio do investidor, significa supor que estes investidores, na média, iriam rejeitar aquele conjunto de loterias apresentados anteriormente, uma premissa bastante extremada para o comportamento médio agregado dos investidores - ainda que eventualmente aceitável para o comportamento individual de um ou outro investidor. Adicionalmente, outros artigos, mesmo que não tenham determinado de forma objetiva quais são os níveis aceitáveis de aversão ao risco, dão indicações de que graus de aversão ao risco (γ) acima de 2 são bastante elevados. No caso específico dos investidores individuais, parece muito mais razoável supor um comportamento de aversão a perdas do que um comportamento extremado de aversão à variância.

Mesmo que a análise deste trabalho não permita compreender com maiores detalhes o processo decisório de cada indivíduo a partir dos dados agregados, ela permite antecipar que, uma vez rejeitada a adequação da função utilidade tradicional para os dados agregados, é possível rejeitá-la como modelo adequado também para o nível de decisão individual, ao menos para a maior parte dos investidores (caso contrário, não seria possível rejeitar o comportamento agregado, já que este representa a média do comportamento dos indivíduos isolados). Exemplificando, suponha uma economia composta por apenas dois investidores individuais, I_1 e I_2 , respectivamente com 20% e 80% do total de ativos. Caso o alfa real (participação das ações no portfólio ótimo) agregado destes investidores individuais seja de 7%, a hipótese H_0 seria rejeitada para o comportamento agregado destes investidores na

maioria dos anos/cenários. Neste caso, a análise agregada poderia ser criticada por não permitir interpretar o comportamento individual de cada um dos dois investidores, I_1 e I_2 , mas certamente a rejeição da hipótese H_0 continuaria válida para pelo menos um dos investidores. Caso o alfa real do investidor I_1 seja, por exemplo, de 35%, a hipótese H_0 não seria rejeitada especificamente para este investidor, mas certamente seria rejeitada para o investidor I_2 (que, por dedução, tem alfa real de 0%). É fácil notar que esta lógica é válida para qualquer combinação de alfas, quantidade de investidores e percentuais de participação na economia. De fato, no exemplo acima é possível rejeitar H_0 para ambos investidores para várias combinações de alfa real e participação na economia, mas sob nenhuma condição é possível aceitar a hipótese H_0 para todos investidores enquanto a hipótese H_0 for rejeitada para o alfa agregado.

Bibliografia

ALLAIS; M. *Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'ecole americaine*. *Econometrica*. Vol. 21. October 1953

ANG, A.; BEKAERT, G.; LIU, J. *Why stocks may disappoint*. *Journal of Financial Economics*. Vol. 76. 2005

ARROW, K.J. *Essays in the theory of risk-bearing*. North-Holland, Amsterdam. 1971

BARBERIS, N.; HUANG, M.; SANTOS, T. *Prospect theory and asset prices*. *The Quarterly Journal of Economics*. February 2001

BENARTZI, S; THALER, R. *Myopic loss aversion and the equity premium puzzle*. *The Quarterly Journal of Economics*. Vol. 110. 1995

BLUME, M.E. *Unbiased estimators of long-run expected rates of return*. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 69. 1974

DAMODARAN, A. *Estimating equity risk premiums*. Stern School of Business. 1999

FRIEND, I.; BLUME, M.E. *The demand for risky assets*. *American Economic Review*. 1975

GUL, F. *A theory of disappointment aversion*. *Econometrica*. 59. 1991

IGLESIAS, M. C.; BATTISTI, J. E. Y.; PACHECO, J. M. *O comportamento do investidor brasileiro na alocação de ativos*. 6º Encontro Brasileiro de Finanças. 2006

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. *Prospect theory: an analysis of decision under risk*. *Econometrica*. Vol. 47. May 1979

MEHRA, R.; PRESCOTT, E. *The equity premium: a puzzle*. *Journal of Monetary Economics*. Vol. 15. 1985

PESSOA, P.; BONOMO, M.; GARCIA, R. *Reproduzindo os momentos dos retornos dos ativos brasileiros com aversão a desapontamento generalizada*. 7º EBFIn. 2007

RABIN, M. *Risk aversion and expected utility theory: a calibration theorem*. *Econometrica*. Vol. 68. 2000

RISKMETRICS GROUP. *RiskMetrics - Technical Document*. J.P. Morgan/Reuters. 1996

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. *Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty*. *Journal of Risk and Uncertainty*. 1992

VARGA, G. *Índice de Sharpe e outros indicadores de performance aplicados a fundos de ações brasileiros*. *Revista de Administração Contemporânea*. Vol. 5. No. 3. 2001

VON NEUMANN, J.; MORGENSTERN, O. *Theory of games and economic behavior*. Princeton University Press. 1944

APÊNDICE
Alfas Ótimos para Cenário com Índice de Sharpe = 0,15

1997								2002							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.0	73.7%	19.9%	13.3%	10.0%	8.0%	6.6%	5.7%	1.0	91.1%	24.8%	16.6%	12.4%	9.9%	8.3%	7.1%
0.9	56.0%	14.5%	9.7%	7.3%	5.8%	4.8%	4.1%	0.9	69.0%	17.9%	12.0%	9.0%	7.2%	6.0%	5.1%
0.8	33.5%	8.4%	5.6%	4.2%	3.4%	2.8%		0.8	40.5%	10.2%	6.8%	5.1%	4.1%	3.4%	
0.7	6.2%	1.6%	1.0%	0.8%	0.6%	0.5%		0.7	5.8%	1.4%	1.0%	0.7%	0.6%	0.5%	
0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%	0.0%	0.0%					0.3	0.0%	0.0%	0.0%				
0.2	0.0%	0.0%						0.2	0.0%	0.0%					
0.1	0.0%							0.1	0.0%						
1998								2003							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.0	81.6%	22.2%	14.8%	11.1%	8.9%	7.4%	6.4%	1.0	85.8%	23.3%	15.6%	11.7%	9.4%	7.8%	6.7%
0.9	61.8%	16.1%	10.7%	8.0%	6.4%	5.4%	4.6%	0.9	65.0%	16.9%	11.3%	8.5%	6.8%	5.6%	4.8%
0.8	36.3%	9.2%	6.1%	4.6%	3.7%	3.0%		0.8	38.1%	9.6%	6.4%	4.8%	3.8%	3.2%	
0.7	5.2%	1.3%	0.9%	0.6%	0.5%	0.4%		0.7	5.5%	1.4%	0.9%	0.7%	0.5%	0.5%	
0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%	0.0%	0.0%					0.3	0.0%	0.0%	0.0%				
0.2	0.0%	0.0%						0.2	0.0%	0.0%					
0.1	0.0%							0.1	0.0%						
1999								2004							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.0	69.9%	18.8%	12.6%	9.4%	7.5%	6.3%	5.4%	1.0	91.7%	24.9%	16.7%	12.5%	10.0%	8.3%	7.2%
0.9	53.5%	13.9%	9.2%	6.9%	5.5%	4.6%	4.0%	0.9	69.5%	18.0%	12.0%	9.0%	7.2%	6.0%	5.2%
0.8	32.9%	8.3%	5.5%	4.1%	3.3%	2.8%		0.8	40.8%	10.3%	6.9%	5.1%	4.1%	3.4%	
0.7	7.9%	2.0%	1.3%	1.0%	0.8%	0.7%		0.7	5.8%	1.5%	1.0%	0.7%	0.6%	0.5%	
0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%	0.0%	0.0%					0.3	0.0%	0.0%	0.0%				
0.2	0.0%	0.0%						0.2	0.0%	0.0%					
0.1	0.0%							0.1	0.0%						
2000								2005							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.0	71.0%	19.1%	12.8%	9.6%	7.7%	6.4%	5.5%	1.0	100.0%	34.6%	23.1%	17.3%	13.9%	11.6%	9.9%
0.9	54.2%	14.0%	9.4%	7.0%	5.6%	4.7%	4.0%	0.9	96.3%	25.0%	16.7%	12.5%	10.0%	8.4%	7.2%
0.8	32.9%	8.3%	5.5%	4.1%	3.3%	2.8%		0.8	56.5%	14.3%	9.5%	7.1%	5.7%	4.8%	
0.7	7.2%	1.8%	1.2%	0.9%	0.7%	0.6%		0.7	8.1%	2.0%	1.3%	1.0%	0.8%	0.7%	
0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%	0.0%	0.0%					0.3	0.0%	0.0%	0.0%				
0.2	0.0%	0.0%						0.2	0.0%	0.0%					
0.1	0.0%							0.1	0.0%						
2001								2006							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.0	80.7%	21.9%	14.7%	11.0%	8.8%	7.3%	6.3%	1.0	100.0%	33.6%	22.5%	16.9%	13.5%	11.3%	9.6%
0.9	61.1%	15.9%	10.6%	7.9%	6.4%	5.3%	4.5%	0.9	93.6%	24.3%	16.2%	12.2%	9.7%	8.1%	7.0%
0.8	35.9%	9.1%	6.0%	4.5%	3.6%	3.0%		0.8	55.0%	13.9%	9.2%	6.9%	5.5%	4.6%	
0.7	5.1%	1.3%	0.9%	0.6%	0.5%	0.4%		0.7	7.9%	2.0%	1.3%	1.0%	0.8%	0.7%	
0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%	0.0%	0.0%					0.3	0.0%	0.0%	0.0%				
0.2	0.0%	0.0%						0.2	0.0%	0.0%					
0.1	0.0%							0.1	0.0%						

APÊNDICE (continuação)
Alfas Ótimos para Cenário com Índice de Sharpe = 0,2

1997								2002							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.0	90.2%	26.0%	17.4%	13.1%	10.5%	8.7%	7.5%	1.0	100.0%	32.9%	22.1%	16.6%	13.3%	11.1%	9.5%
0.9	76.5%	20.7%	13.9%	10.4%	8.3%	6.9%	5.9%	0.9	95.8%	26.2%	17.5%	13.1%	10.5%	8.8%	7.5%
0.8	57.1%	14.8%	9.9%	7.4%	5.9%	4.9%		0.8	71.4%	18.5%	12.4%	9.3%	7.4%	6.2%	
0.7	31.7%	8.0%	5.3%	4.0%	3.2%	2.7%		0.7	38.9%	9.8%	6.5%	4.9%	3.9%	3.3%	
0.6	0.5%	0.1%	0.1%	0.1%	0.0%			0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%		0.0%					0.3	0.0%		0.0%				
0.2	0.0%							0.2	0.0%						
0.1	0.0%							0.1	0.0%						
1998								2003							
1.0	100.0%	29.5%	19.8%	14.8%	11.9%	9.9%	8.5%	1.0	100.0%	31.0%	20.8%	15.6%	12.5%	10.4%	8.9%
0.9	85.8%	23.4%	15.7%	11.8%	9.4%	7.8%	6.7%	0.9	90.2%	24.6%	16.5%	12.4%	9.9%	8.2%	7.1%
0.8	63.9%	16.6%	11.1%	8.3%	6.6%	5.5%		0.8	67.2%	17.4%	11.6%	8.7%	7.0%	5.8%	
0.7	34.8%	8.7%	5.8%	4.4%	3.5%	2.9%		0.7	36.6%	9.2%	6.1%	4.6%	3.7%	3.1%	
0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%	0.0%	0.0%					0.3	0.0%	0.0%	0.0%				
0.2	0.0%	0.0%						0.2	0.0%	0.0%					
0.1	0.0%							0.1	0.0%						
1999								2004							
1.0	85.2%	24.3%	16.3%	12.2%	9.8%	8.1%	7.0%	1.0	100.0%	33.1%	22.2%	16.7%	13.4%	11.1%	9.5%
0.9	72.2%	19.5%	13.0%	9.8%	7.8%	6.5%	5.6%	0.9	96.4%	26.3%	17.6%	13.2%	10.6%	8.8%	7.6%
0.8	54.4%	14.1%	9.4%	7.0%	5.6%	4.7%		0.8	71.9%	18.6%	12.4%	9.3%	7.5%	6.2%	
0.7	31.3%	7.9%	5.2%	3.9%	3.1%	2.6%		0.7	39.1%	9.8%	6.6%	4.9%	3.9%	3.3%	
0.6	2.9%	0.7%	0.5%	0.4%	0.3%			0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%	0.0%	0.0%					0.3	0.0%	0.0%	0.0%				
0.2	0.0%	0.0%						0.2	0.0%	0.0%					
0.1	0.0%							0.1	0.0%						
2000								2005							
1.0	86.7%	24.8%	16.6%	12.5%	10.0%	8.3%	7.1%	1.0	100.0%	45.9%	30.8%	23.1%	18.5%	15.4%	13.2%
0.9	73.4%	19.9%	13.3%	9.9%	8.0%	6.6%	5.7%	0.9	100.0%	36.5%	24.4%	18.3%	14.7%	12.2%	10.5%
0.8	55.1%	14.2%	9.5%	7.1%	5.7%	4.7%		0.8	99.6%	25.8%	17.2%	12.9%	10.3%	8.6%	
0.7	31.3%	7.9%	5.2%	3.9%	3.1%	2.6%		0.7	54.2%	13.6%	9.1%	6.8%	5.4%	4.5%	
0.6	1.9%	0.5%	0.3%	0.2%	0.2%			0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%	0.0%	0.0%					0.3	0.0%	0.0%	0.0%				
0.2	0.0%	0.0%						0.2	0.0%	0.0%					
0.1	0.0%							0.1	0.0%						
2001								2006							
1.0	99.0%	29.2%	19.5%	14.7%	11.7%	9.8%	8.4%	1.0	100.0%	44.7%	29.9%	22.5%	18.0%	15.0%	12.9%
0.9	84.8%	23.2%	15.5%	11.6%	9.3%	7.8%	6.6%	0.9	100.0%	35.5%	23.7%	17.8%	14.3%	11.9%	10.2%
0.8	63.2%	16.4%	10.9%	8.2%	6.6%	5.5%		0.8	96.9%	25.1%	16.8%	12.6%	10.1%	8.4%	
0.7	34.4%	8.7%	5.8%	4.3%	3.5%	2.9%		0.7	52.7%	13.3%	8.8%	6.6%	5.3%	4.4%	
0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			0.6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%	0.0%	0.0%					0.3	0.0%	0.0%	0.0%				
0.2	0.0%	0.0%						0.2	0.0%	0.0%					
0.1	0.0%							0.1	0.0%						

APÊNDICE (continuação)
Alfas Ótimos para Cenário com Índice de Sharpe = 0,3

1997								2002							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.0	100.0%	38.2%	25.7%	19.3%	15.5%	12.9%	11.1%	1.0	100.0%	49.0%	33.0%	24.9%	19.9%	16.6%	14.2%
0.9	100.0%	33.1%	22.2%	16.7%	13.4%	11.1%	9.6%	0.9	100.0%	42.5%	28.5%	21.5%	17.2%	14.3%	12.3%
0.8	94.1%	27.4%	18.3%	13.7%	11.0%	9.2%		0.8	100.0%	35.0%	23.5%	17.6%	14.1%	11.7%	
0.7	77.2%	20.7%	13.8%	10.4%	8.3%	6.9%		0.7	97.9%	26.4%	17.6%	13.2%	10.6%	8.8%	
0.6	50.9%	13.0%	8.6%	6.5%	5.2%			0.6	64.1%	16.3%	10.9%	8.2%	6.5%		
0.5	15.0%	3.7%	2.5%	1.9%				0.5	17.4%	4.3%	2.9%	2.2%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%		0.0%					0.3	0.0%	0.0%	0.0%				
0.2	0.0%	0.0%						0.2	0.0%	0.0%					
0.1	0.0%							0.1	0.0%						
1998								2003							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.0	100.0%	43.9%	29.6%	22.3%	17.8%	14.9%	12.8%	1.0	100.0%	46.1%	31.1%	23.4%	18.8%	15.6%	13.4%
0.9	100.0%	38.0%	25.5%	19.2%	15.4%	12.8%	11.0%	0.9	100.0%	40.0%	26.9%	20.2%	16.2%	13.5%	11.6%
0.8	100.0%	31.4%	21.0%	15.8%	12.6%	10.5%		0.8	100.0%	33.0%	22.1%	16.6%	13.3%	11.1%	
0.7	87.6%	23.7%	15.8%	11.8%	9.5%	7.9%		0.7	92.1%	24.9%	16.6%	12.4%	10.0%	8.3%	
0.6	57.4%	14.6%	9.7%	7.3%	5.8%			0.6	60.4%	15.4%	10.2%	7.7%	6.1%		
0.5	15.6%	3.9%	2.6%	1.9%				0.5	16.4%	4.1%	2.7%	2.0%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%	0.0%	0.0%					0.3	0.0%	0.0%	0.0%				
0.2	0.0%	0.0%						0.2	0.0%	0.0%					
0.1	0.0%							0.1	0.0%						
1999								2004							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.0	100.0%	35.4%	23.8%	17.9%	14.3%	12.0%	10.3%	1.0	100.0%	49.3%	33.2%	25.0%	20.0%	16.7%	14.3%
0.9	98.1%	30.8%	20.7%	15.5%	12.4%	10.3%	8.9%	0.9	100.0%	42.8%	28.7%	21.6%	17.3%	14.4%	12.4%
0.8	89.0%	25.6%	17.1%	12.8%	10.3%	8.5%		0.8	100.0%	35.3%	23.6%	17.7%	14.2%	11.8%	
0.7	73.0%	19.5%	13.0%	9.8%	7.8%	6.5%		0.7	100.0%	26.6%	17.7%	13.3%	10.6%	8.9%	
0.6	49.1%	12.5%	8.3%	6.2%	5.0%			0.6	100.0%	16.4%	10.9%	8.2%	6.6%		
0.5	16.6%	4.1%	2.7%	2.1%				0.5	17.5%	4.4%	2.9%	2.2%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%	0.0%	0.0%					0.3	0.0%	0.0%	0.0%				
0.2	0.0%	0.0%						0.2	0.0%	0.0%					
0.1	0.0%							0.1	0.0%						
2000								2005							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.0	100.0%	36.3%	24.4%	18.3%	14.7%	12.2%	10.5%	1.0	100.0%	68.4%	46.1%	34.7%	27.8%	23.2%	19.9%
0.9	99.3%	31.5%	21.1%	15.9%	12.7%	10.6%	9.1%	0.9	100.0%	59.3%	39.8%	29.9%	24.0%	20.0%	17.1%
0.8	90.5%	26.1%	17.5%	13.1%	10.5%	8.7%		0.8	100.0%	48.9%	32.7%	24.6%	19.7%	16.4%	
0.7	74.2%	19.9%	13.2%	9.9%	7.9%	6.6%		0.7	100.0%	36.9%	24.6%	18.4%	14.8%	12.3%	
0.6	49.5%	12.6%	8.4%	6.3%	5.0%			0.6	89.4%	22.8%	15.2%	11.4%	9.1%		
0.5	15.9%	4.0%	2.6%	2.0%				0.5	24.3%	6.1%	4.0%	3.0%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%	0.0%	0.0%					0.3	0.0%	0.0%	0.0%				
0.2	0.0%	0.0%						0.2	0.0%	0.0%					
0.1	0.0%							0.1	0.0%						
2001								2006							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.0	100.0%	43.4%	29.2%	22.0%	17.6%	14.7%	12.6%	1.0	100.0%	66.5%	44.8%	33.7%	27.0%	22.5%	19.3%
0.9	100.0%	37.6%	25.3%	19.0%	15.2%	12.7%	10.9%	0.9	100.0%	57.7%	38.7%	29.1%	23.3%	19.4%	16.7%
0.8	100.0%	31.0%	20.8%	15.6%	12.5%	10.4%		0.8	100.0%	47.6%	31.8%	23.9%	19.1%	15.9%	
0.7	86.7%	23.4%	15.6%	11.7%	9.4%	7.8%		0.7	100.0%	35.9%	23.9%	17.9%	14.4%	12.0%	
0.6	56.8%	14.5%	9.6%	7.2%	5.8%			0.6	87.0%	22.2%	14.8%	11.1%	8.8%		
0.5	15.4%	3.8%	2.6%	1.9%				0.5	23.6%	5.9%	3.9%	2.9%			
0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				0.4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.3	0.0%	0.0%	0.0%					0.3	0.0%	0.0%	0.0%				
0.2	0.0%	0.0%						0.2	0.0%	0.0%					
0.1	0.0%							0.1	0.0%						