

Influência de Comomentos em Modelos de Precificação: Um Estudo Empírico com Dados em Painel

Autoria: Francisco Henrique Figueiredo de Castro Junior, Claudia Emiko Yoshinaga

Resumo

Atribuir preços a ativos ainda é um tema de estudo bastante estudado na literatura em finanças, tanto por acadêmicos como por profissionais de mercado. O objetivo deste artigo é o de analisar tais modelos à luz da inclusão de novos fatores potencialmente relevantes como medidas que ajudam a explicar o comportamento das taxas de retorno: os comomentos entre as taxas de retornos dos ativos e da carteira de mercado. Faz parte da amostra 196 empresas regularmente negociadas na BOVESPA entre janeiro de 2003 e dezembro de 2007. Utilizou-se o método econométrico de análise de dados em painel, que considera as dimensões transversal e longitudinal dos dados, além de permitir a observação de suas relações dinâmicas e possibilitar o controle da heterogeneidade não-observada no sentido transversal. Os resultados encontrados foram promissores, pois a coassimetria e a cocurtose estimadas foram consideradas relevantes em 5 dos 6 modelos estudados, mesmo depois de mantidas controladas variáveis que em estudos anteriores se mostraram fortemente correlacionadas com prêmios de taxas de retorno de ativos negociados em bolsa.

1 Introdução

Um importante problema dentro da literatura de finanças é o de, racionalmente, atribuir preços a ativos. O *CAPM*, *Capital Asset Pricing Model*, desenvolvido independentemente por Sharpe (1964) e Treynor (1961), e aperfeiçoado por Lintner (1965a, 1965b), Mossin (1966), Fama (1968) e Black (1972), é o modelo mais importante para este fim e ainda é amplamente utilizado como modelo teórico tanto na literatura acadêmica como pelos praticantes no mercado.

Os fundamentos do *CAPM* foram construídos sobre os conceitos desenvolvidos por Markowitz (1952, 1959), que desenvolveu um modelo baseado na teoria da utilidade esperada de von Neumann e Morgenstern (1947) para o problema de seleção de carteiras. Neste modelo, Markowitz propôs que os investidores deveriam utilizar a esperança e a variância das taxas de retorno dos ativos de interesse no processo de alocação de suas riquezas.

Conforme Tobin (1958, p. 85), o trabalho de Markowitz trata do problema geral de encontrar carteiras dominantes sob a ótica da otimização dos parâmetros esperança-variância envolvendo ativos com risco; que o interesse maior de Markowitz era a prescrição de regras de comportamento racional para investidores. Os trabalhos de Sharpe (1964), Lintner (1965a, 1965b) e Mossin (1966) incorporaram um arcabouço teórico microeconômico de forma a levar em consideração como o risco e a incerteza agem sobre os preços dos valores mobiliários. A proposta era a de criar uma teoria de equilíbrio de mercado para precificação de ativos sob condições de risco.

Foram assumidas hipóteses essencialmente em relação ao mercado e aos investidores individuais. Resumidamente, as hipóteses eram que cada investidor individual buscava maximizar sua riqueza terminal, era avesso ao risco e que selecionavam carteiras unicamente com base em esperança e variância. Podiam alocar qualquer fração de seu capital em um ativo livre de risco, que remunera uma taxa conhecida e positiva, e que o restante da riqueza podia ser investida em uma quantidade finita de ativos com risco, que são negociados em um único mercado perfeitamente competitivo, livre de custos de transação e impostos. Também é assumido que qualquer investidor pode tomar recursos emprestados a fim de investir em

ativos com risco, sendo as compras e vendas destes ativos feitas em períodos discretos de tempo.

Lintner (1965b) apresenta as hipóteses relativas aos investidores assumidas pelo modelo. Uma delas era de que todos os investidores possuem crenças homogêneas quanto aos parâmetros da distribuição conjunta de probabilidades que incorpora suas melhores estimativas quanto às taxas de retorno esperado e às variâncias de cada ativo individualmente e das covariâncias de cada par de ativos. Afirma, ainda baseado nos resultados de Tobin (1958), que o investidor deveria preferir, para duas combinações distintas de ativos com mesmo valor esperado da taxa de retorno, aquela que tivesse uma menor variância. Ou para mesmas variâncias, aquela que tivesse a maior taxa de retorno esperada. Para fazer esta afirmação, Tobin fez uso de uma função de utilidade do tipo quadrática, função esta que hoje em dia é amplamente rejeitada para denotar o comportamento racional do decisor econômico.

Conforme Gollier (2001, p. 27), esta função de utilidade só tem sido considerada na literatura porque é fácil de ser trabalhada. Contudo, não existe nenhuma razão lógica para um decisor possuir este tipo de representação de utilidade no mundo real. Além disso, os resultados da pesquisa de Brockett e Kahane (1992), que relaciona as preferências por momentos e a teoria da utilidade esperada, destroem o argumento de que a análise de esperança-variância tem alguma validade na ordenação de preferências. Seus resultados, na verdade, se estendem até o terceiro momento, mostrando que nem a inclusão da assimetria consegue caracterizar adequadamente o comportamento do decisor.

A teoria da utilidade esperada fornece suporte racional para as decisões de consumo dos indivíduos, assim como de investimento sob condições de incerteza. von Neumann e Morgenstern (1947) deram a esta teoria um tratamento quantitativo. Eles o fizeram tratando as preferências com o auxílio de probabilidades objetivas quanto às suas ocorrências na natureza. É esperado ainda que os agentes econômicos sejam maximizadores da utilidade esperada. Isto tudo remete a uma necessidade de caracterizar adequadamente o comportamento do decisor racional, ou seja, seu comportamento perante situações de risco e quais funções de utilidade ele pode assumir.

Algumas violações aos axiomas da teoria da utilidade proposta foram verificadas empiricamente. A mais famosa delas foi a violação ao axioma da substitutibilidade encontrada por Allais (1953). Porém, Machina (1982) demonstrou que análises com base na utilidade esperada são robustas a estas violações, e que os principais resultados se mantêm quando se assume que as preferências são suaves, ou seja, que sua função é diferenciável.

Essas definições são importantes, pois têm ligação direta com algumas das hipóteses assumidas em derivações dos modelos de precificação como o *CAPM*. Cochrane (2005, 152-161), por exemplo, apresenta quatro diferentes derivações do modelo, algumas delas usando alguns pressupostos dificilmente verificados nos dados empíricos, como funções de utilidade economicamente não racionais e distribuições de probabilidade das taxas de retorno empiricamente não verificadas.

2 Modelos de Precificação

Ao longo dos anos, desde a concepção do *CAPM*, o modelo vem passando por um rigoroso escrutínio por parte da comunidade científica e dos agentes de mercado interessados na sua utilização prática. Debaixo de tanto rigor, evidências tanto a favor quanto contra a sua

adequação foram surgindo. Os testes empíricos do *CAPM*, de acordo com Campbell, Lo e MacKinlay (1997, p. 182), são principalmente voltados a verificar se o intercepto da equação (1) a seguir é zero:

$$(1) \quad E[r_i] - r_f = \alpha_i + \beta_i (E[r_m] - r_f),$$

tal que $E[r_i]$ é a esperança da taxa de retorno de um ativo i qualquer, $E[r_m]$ é a esperança da taxa de retorno da carteira que representa o mercado, r_f é a taxa de retorno do ativo livre de risco e β_i é o risco não diversificável do ativo i .

Em essência, o *CAPM* conduz a dois resultados: (a) o retorno esperado de qualquer ativo é uma função linear positiva de seu risco não diversificável e (b) o risco sistêmico é suficiente para caracterizar a taxa de retorno esperada do ativo ao qual está associado.

Um dos efeitos encontrados mais relatados na literatura é o efeito tamanho. Este efeito foi primeiramente descrito por Banz (1981). Em sua pesquisa, o autor examinou a relação empírica entre a taxa de retorno e o valor de mercado total de ações ordinárias negociadas na bolsa de Nova Iorque (NYSE – *New York Stock Exchange*). Foi verificado que empresas com menor valor de mercado tiveram retornos ajustados ao risco maiores que empresas com maior valor de mercado.

Esta evidência levantou a possibilidade de o *CAPM* ser um modelo mal especificado. Na verdade, não era possível dizer que o tamanho, medido pelo valor de mercado da companhia, seria um fator importante, mas ausente no modelo, ou se ele era apenas uma variável capturando o efeito de alguma outra, ainda desconhecida, mas correlacionada a esta.

Este efeito, quando verificado, é freqüentemente tratado como uma anomalia. Isto porque, conforme Berk (1995), os economistas ainda não foram bem-sucedidos ao explicar teoricamente este efeito. Schwert (1983) afirma que, quando uma anomalia é encontrada em um teste empírico, assume-se que a variável causadora do efeito anômalo é entendida como uma *proxy* de medida de risco. Black (1993) rebate esta afirmação, dizendo que não há razões teóricas suficientes que dêem suporte a esta conjectura.

Outra anomalia encontrada em testes do modelo *CAPM* é o efeito alavancagem, encontrado por Bhandari (1988). Conforme Fama e French (1992), é plausível que a alavancagem esteja associada ao risco e ao retorno esperado dos ativos, mas o *CAPM* deveria capturar com o beta este tipo de risco. Bhandari (1988) verificou que o retorno esperado das ações é positivamente relacionado à alavancagem de mercado, mantendo como controle tanto o beta da empresa como seu tamanho conforme sugerido por Banz (1981).

Algumas outras anomalias foram verificadas, como a reportada por Basu (1977), referente ao índice preço/lucro (P/L). Esta anomalia seria explicada por expectativas exageradas por parte dos investidores, e os resultados mostraram que empresas com baixo índice P/L apresentaram retornos superiores mesmo quando controladas pelo risco medido com o beta do *CAPM*. Stoll e Whaley (1983), seguindo a linha do estudo de Banz (1981), encontram também que o preço por ação é outro fator que ajuda a explicar o retorno das ações. Em sua pesquisa, empresas com baixo preço por ação exibiram retorno superiores ao esperado, mesmo controlando pelo beta e pelo tamanho.

Outro fator comum na literatura é o valor contábil das ações ordinárias dividido pelo seu valor de mercado. Stattman (1980), Rosenberg, Reid e Lanstein (1985) e Fama e French (1992)

encontram evidências de que empresas com maior BE/ME apresentam retornos superiores, mesmo controlando pelo beta.

Fama e French (1992) estudam o efeito conjunto do beta, do tamanho, do índice preço/lucro, da alavancagem e do índice BE/ME. Como resultado, encontram que em conjunto com outros fatores ou separado, o beta tem pouco poder de explicar o retornos esperados dos ativos. Todavia, os demais fatores, em conjunto, têm poder explicativo sobre os retornos. Por fim, reportam como grande resultado que o tamanho e o índice BE/ME contêm grande parte da informação contida nos índices de alavancagem e preço/lucro. Estes resultados deram origem ao modelo de três fatores de Fama e French (1993), que inclui também o beta dos ativos.

Várias foram as causas levantadas para o fraco desempenho do *CAPM*. Além do problema de omissão de variáveis do modelo, outro fator relatado na literatura diz respeito à variação no tempo da medida de risco, o beta. Segundo Blume (1971, p. 6), nenhuma variável econômica, inclusive o coeficiente beta, é constante ao longo do tempo. Conforme o mesmo autor, por algum motivo, indivíduos podem agir como se os valores de beta fossem constantes ou estacionários, mas que na verdade não o são.

Resultado semelhante é reportado por Jacob (1971), que afirma que o retorno médio obtido ao investir em uma carteira não dependerá unicamente do beta do ativo, mas que dependerá também, dentre outros fatores, do horizonte de tempo utilizado para gerar as distribuições das taxas de retorno.

Apesar da ampla aceitação inicial do modelo de mercado, um pré-requisito essencial para usar o beta como previsor do retorno de uma carteira é, segundo Klemkosky e Martin (1975), que ele possua adequada capacidade de previsão em períodos de tempo futuros. Caso não seja possível realizar previsões de valores futuros do coeficiente beta, a aplicabilidade do *CAPM* ficará comprometida. Fabozzi e Francis (1978) sugerem que a medida de risco sistêmico pode ser um coeficiente aleatório, ou seja, que o valor verdadeiro do coeficiente beta está se movendo aleatoriamente enquanto que as técnicas de estimação empregadas eram sempre pontuais para um intervalo de tempo amostral. Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988) e Harvey (1989), Ferson e Harvey (1991, 1993, 1999) estimam o *CAPM* levando em consideração que as covariâncias entre os pares de ativos e os betas variam ao longo do tempo.

Uma outra abordagem de investigação do *CAPM* foi conduzida na tentativa de descobrir se momentos de ordem superior à variância eram fatores de risco relevantes. Markowitz (1959, cap. 9) sugere a semivariância como uma medida alternativa de risco. Segundo ele, quando todas as distribuições forem simétricas, ou tiverem o mesmo grau de assimetria, a carteira eficiente encontrada usando-se o conceito da semivariância será a mesma daquela encontrada quando a medida de risco for a variância. Do contrário, entre carteiras com mesmo retorno e mesma variância, o investidor deveria escolher a de maior assimetria à direita (ou aquela com menor assimetria à esquerda).

A partir desta intuição proposta por Markowitz (1959) de que a assimetria seria um momento relevante para a decisão de investimento, outras pesquisas passaram a incorporar este momento como um fator de risco importante, mas omitido no *CAPM*. A primeira pesquisa nessa linha, considerando assimetria da taxa de retorno como uma medida de risco e sua relação com a taxa de retorno esperada de um ativo, foi realizada por Arditti (1967). A teoria apresentada Arditti (1967) é aperfeiçoada em Levy (1969). Jean (1971) busca estender a

análise de carteiras para três ou mais momentos. Seus resultados são posteriormente contestados e corrigidos por Ingersoll Jr. (1975). Rubinstein (1973) analisa as preferências do investidor com relação ao terceiro momento.

No contexto da precificação de ativos, o primeiro estudo a fazer a extensão do *CAPM* incorporando o efeito da assimetria foi o conduzido por Kraus e Litzenberger (1976). Sua pesquisa evidenciou que a assimetria sistêmica, que posteriormente passou a ser chamada de coassimetria, é relevante como um fator de risco e deveria ser incluída no modelo. Seus resultados indicaram que os investidores têm aversão por variância e predileção por assimetria positiva.

Posteriormente ao trabalho de Kraus e Litzenberger (1976), vieram outras pesquisas como as de Friend e Westerfield (1980), Sears e Wei (1985, 1988), Singleton e Wingender (1986), Lim (1989) e Harvey e Siddique (2000a, 2000b), sempre tentando verificar a validade da proposição de um modelo de precificação com momentos até a terceira ordem.

Os resultados obtidos nestas pesquisas criaram espaço para a verificação da possibilidade de incorporação de mais momentos. Homaifar e Graddy (1988) foram os primeiros a investigar a possibilidade da curtose sistêmica (ou cocurtose) ser, também, um fator de risco importante em modelos de precificação. O resultado de sua pesquisa indicou que investidores são compensados com uma taxa de retorno esperada mais alta ao investir em ativos com variância sistemática e curtose sistêmica mais altas, *ceteris paribus*. Com relação à assimetria sistêmica, investidores abrem mão de retorno esperado para ter o benefício de investir em ativos com coassimetria positiva, *ceteris paribus*. Outras pesquisas que verificam a importância do quarto momento em modelos de precificação são as de Fang e Lai (1997), Jondeau e Rockinger (2002, 2004), Galagedera, Henry e Silvapulle (2003) e Harvey et al. (2004).

3 Metodologia

Um dos propósitos deste trabalho é o de apresentar uma inovação na forma de testar um modelo de precificação derivado do *CAPM*. A abordagem proposta busca evitar alguns dos problemas enfrentados por estudos anteriores, especialmente o que se refere à não-estabilidade das medidas de risco ao longo do horizonte de tempo. Todos os testes anteriormente conduzidos apóiam-se em métodos transversais de análise empírica. Nesta pesquisa, foi utilizada uma técnica que permite a análise em duas dimensões: a dimensão transversal, representada pelas empresas, e a dimensão longitudinal, representada pelo tempo, caracterizando o estudo como um painel de dados.

A abordagem, contudo, é conduzida em duas etapas. Na primeira delas, descrita a seguir, é utilizado o modelo de fatores. Após estimados os fatores de risco, estes são utilizados no teste do modelo de precificação, empregando o painel de dados.

O principal resultado da teoria proposta no *CAPM* é o estabelecimento da relação entre prêmio pelo risco de um determinado ativo (ou carteira de ativos) e seu risco sistêmico. Esta relação foi apresentada na equação (1)

O teste formal do *CAPM*, conforme sugerido por Black, Jensen e Scholes (1972), é testar se, para um conjunto de empresas, a equação

$$(2) \quad \mathbf{r}_i - r_f \mathbf{1} = \theta_0 + \theta_1 \boldsymbol{\beta}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_i$$

apresenta θ_0 igual a zero e θ_1 igual ao excesso de retorno da carteira de mercado. Nesta equação, \mathbf{r}_i é um vetor ($N \times 1$) dos retornos de N empresas; $\mathbf{1}$ é um vetor ($N \times 1$) de 1's; $\boldsymbol{\beta}_i$ é o vetor ($N \times 1$) de medidas de risco baseadas em covariâncias das taxas de retorno das empresas com a taxa de retorno da carteira de mercado; e $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ é o vetor ($N \times 1$) de erros.

Inúmeros estudos, como os já citados neste artigo, apontaram na direção de uma deficiência do *CAPM*, sugerindo que há fatores de risco não considerados em sua formulação. Uma das proposições para o modelo é a de que há fatores de risco associados aos comomentos além da covariância, especialmente a coassimetria e a cocurtose, que são potencialmente relevantes. A estimação desses comomentos se dá com o uso de modelos lineares nos parâmetros, conforme apresentados a seguir.

3.1 Modelo de Mercado Quadrático

Desde Kraus e Litzenberger (1976), o modelo de mercado quadrático é empregado na estimação das coassimetrias entre as séries de taxas de retorno dos ativos e da carteira de mercado. O processo gerador de dados para as séries de taxas de retorno, segundo este modelo, é dado pela seguinte equação:

$$(3) \quad \mathbf{r}_i - r_f \mathbf{1} = \boldsymbol{\alpha}_i + \boldsymbol{\beta}_i (r_m - r_f) + \boldsymbol{\gamma}_i (r_m - r_f)^2 + \boldsymbol{\varepsilon}_i,$$

tal que $\boldsymbol{\alpha}_i$ é um vetor ($N \times 1$) de interceptos, $\boldsymbol{\beta}_i$ é um vetor ($N \times 1$) de covariâncias, $\boldsymbol{\gamma}_i$ é o vetor ($N \times 1$) de coassimetrias, e $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ é o vetor ($N \times 1$) dos termos de erro.

Conforme Barone-Adesi, Gagliardini e Urga (2004), a motivação para se incluir o quadrado do excesso de retorno da carteira de mercado é para levar em consideração a coassimetria entre a taxa de retorno de cada ativo e a taxa de retorno da carteira de mercado. Estes autores verificaram que os resíduos da regressão entre o excesso de retorno de alguns ativos contra uma constante e o excesso de retorno da carteira de mercado tendem a ser positivamente (negativamente) correlacionados com o excesso de retorno ao quadrado da carteira de mercado. Tais ativos apresentaram tendência a ter maiores (menores) taxas de retorno quando o mercado exibia taxas de retorno absolutas mais altas. Constatou-se que tais ativos apresentavam coassimetria positiva (negativa) com o mercado.

Assim, além do clássico coeficiente beta do *CAPM*, a coassimetria é, também, um fator de risco. O teste empírico do modelo de mercado quadrático é por meio da seguinte equação:

$$(4) \quad \mathbf{r}_i - r_f \mathbf{1} = \theta_0 + \theta_1 \boldsymbol{\beta}_i + \theta_2 \boldsymbol{\gamma}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_i,$$

tal que θ_0 deve ser igual a zero e os demais coeficientes θ_1 serão significativamente diferentes de zero quando o vetor de comomentos aos quais estão relacionados for relevante para o modelo.

3.2 Modelo de Mercado Cúbico

Seguindo a mesma intuição do modelo de mercado quadrático, o modelo de mercado cúbico insere um outro comomento, a cocurtose entre as séries de taxas de retorno dos ativos e da carteira de mercado. O modelo de mercado cúbico é dado pela seguinte equação:

$$(5) \quad \mathbf{r}_i - r_f \mathbf{1} = \boldsymbol{\alpha}_i + \boldsymbol{\beta}_i (r_m - r_f) + \boldsymbol{\gamma}_i (r_m - r_f)^2 + \boldsymbol{\delta}_i (r_m - r_f)^3 + \boldsymbol{\varepsilon}_i,$$

tal que, além das mesmas variáveis anteriormente descritas, δ_i é o vetor ($N \times 1$) de courtosos.

A equação a seguir permite a condução de um teste empírico para o modelo de mercado cúbico.

$$(6) \quad r_i - r_f \mathbf{1} = \theta_0 + \theta_1 \beta_i + \theta_2 \gamma_i + \theta_3 \delta_i + \varepsilon_i,$$

tal que θ_0 deve ser igual a zero e os demais coeficientes θ_1 serão significativamente diferentes de zero quando o vetor de comomentos aos quais estão relacionados for relevante para o modelo.

3.3 Painel de Dados

A análise de dados em painel, ou, em outras palavras, o agrupamento de cortes transversais ao longo do tempo, nomenclatura adotada em Wooldridge (2006), permite o estudo econométrico ao longo do tempo de unidades básicas de estudo dispostas em cortes transversais. Nesta pesquisa, a unidade básica de estudo é representada por empresas, observadas em diferentes instantes do tempo. A vantagem no uso desta técnica é, em primeiro lugar, permitir a observação de relações dinâmicas, algo que não é alcançado com apenas dados transversais. Em segundo lugar, o painel permite o controle da heterogeneidade não-observada nos dados transversais.

Outro benefício óbvio do uso desta abordagem está relacionado à possibilidade de utilização de uma base de dados maior do que a que seria possível com apenas dados transversais. Esta base de dados maior, segundo Baltagi (2005, 2006), permite uma maior variabilidade e uma menor colinearidade entre as variáveis estudadas.

O conjunto de dados desta pesquisa caracteriza-se por ser um painel do tipo curto, ou seja, há disponibilidade de uma quantidade grande de observações transversais (empresas estudadas) em poucos instantes longitudinais (tempo). Outra característica da amostra estudada é que ela forma um painel desbalanceado, ou seja, não há dados disponíveis para todas as empresas em todos os anos.

A relação entre as variáveis de interesse da pesquisa pode ser representada conforme a equação linear a seguir:

$$(7) \quad y_{i,t} = \theta_0 + \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\Theta}_{i,t} + \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\Omega}_{i,t} + \varepsilon_{i,t}, \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T;$$

tal que para cada empresa i em um determinado ano t , observou-se um conjunto de k_1 de comomentos $\boldsymbol{\Theta}_{i,t}$, um vetor de dimensão ($k_1 \times 1$). O vetor $\boldsymbol{\theta}^T$ é o vetor ($k_1 \times 1$) de parâmetros associados a cada comomento, transposto. O conjunto das k_2 variáveis de controle está representado no vetor $\boldsymbol{\Omega}_{i,t}$. O vetor $\boldsymbol{\omega}^T$ de dimensão ($k_2 \times 1$), transposto, é o conjunto de parâmetros das variáveis de controle. O termo de erro, $\varepsilon_{i,t}$, não deve, por hipótese, se correlacionar contemporaneamente com os regressores; e a variável de resposta, $y_{i,t}$, é o prêmio pelo risco da empresa i no instante de tempo t .

Conforme Arellano (2003), modelos de regressão são ferramentas estatísticas usadas econometricamente com o objetivo de modelar dados empiricamente para gerar previsões (econometria descritiva) ou para testar teorias (econometria estrutural). Todavia, regressões geradas a partir de dados financeiros, em geral, não podem ser usados na obtenção de implicações causais. A principal razão disto, ainda segundo Arellano (2003), reside no fato de

que, para o determinado modelo proposto, é possível haver correlação entre variáveis explicativas observadas e não-observadas.

Esta correlação pode ser causada pela heterogeneidade não observada. Se aspectos que afetam tanto a variável dependente como as independentes forem omitidos, haverá correlação entre o termo de erro e as variáveis explicativas, tornando viesados os parâmetros estimados. A análise de dados em painel permite controlar o problema da heterogeneidade invariante no tempo sem a necessidade de observá-la. Isto é feito adotando-se o seguinte modelo:

$$(8) \quad y_{i,t} = \theta_0 + \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\Theta}_{i,t} + \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\Omega}_{i,t} + \eta_i + \nu_{i,t}, \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T;$$

tal que $E[\nu_{i,t} | \boldsymbol{\Theta}_{i,t}, \boldsymbol{\Omega}_{i,t}, \eta_i] = 0$. Esta condição é também conhecida como suposição de exogeneidade estrita, ou seja, o termo $\nu_{i,t}$ não está correlacionado com valores passados, contemporâneos ou futuros das variáveis regressoras e com a variável que captura a heterogeneidade não-observada invariante no tempo. O termo η_i é um *input* que traz informações específicas de cada empresa, mas que permanece constante ao longo do tempo.

Um outro termo, que leva em consideração informações específicas que ocorrem ao longo do tempo e que afetam todas as empresas, poderia ser adicionado à equação (8). Este termo, que poderia ser chamado de ζ_t , seria capaz de capturar, por exemplo, efeitos macroeconômicos ocorridos em instantes de tempo específicos, mas que afetaram as empresas de maneira homogênea. Conforme Wooldridge (2002), esta abordagem por ser substituída pela utilização de *dummies* de ano. Tal procedimento foi adotado nesta pesquisa.

Uma variante do modelo descrito pela equação (8) trata o termo η_i como uma variável aleatória não-observada, possivelmente correlacionada com os regressores observados. Esta variante recebe o nome de modelo de efeitos fixos. Se os efeitos fixos estiverem presentes e forem correlacionados com o conjunto de variáveis regressoras, $\boldsymbol{\Theta}_{i,t}$ e $\boldsymbol{\Omega}_{i,t}$, a abordagem dada pela equação (7), chamada de modelo de dados agrupados, é inconsistente.

Outra variante do modelo descrito pela equação (8) assume que os efeitos não-observados, η_i , são variáveis aleatórias distribuídas independentemente dos regressores. Este modelo recebe o nome de modelo de efeitos aleatórios. Contudo, é importante deixar claro que tanto no modelo de efeitos fixos como no de efeitos aleatórios, o termo η_i é uma variável aleatória.

Uma vez que a principal consideração sobre o uso do modelo de efeitos fixos ou aleatórios reside no fato do termo η_i estar ou não correlacionado com os regressores $\boldsymbol{\Theta}_{i,t}$ e $\boldsymbol{\Omega}_{i,t}$, é importante dispor de um método para testar esta hipótese. O teste proposto por Hausman (1978) serve a este propósito, baseando-se nas diferenças entre as estimativas obtidas com o modelo de efeitos fixos e com o de efeitos aleatórios.

3.4 Amostra

Faz parte da população de interesse desta pesquisa todas as empresas com ações regularmente negociadas na BOVESPA no período de janeiro de 2003 a dezembro de 2007. A exigência da regularidade na negociação advém da necessidade de se obter dados de alta frequência dos preços negociados. Ações de empresas de baixa negociabilidade implicam em séries com muitos dados faltantes, tornando complexa a determinação do seu preço correto.

A amostra utilizada foi composta por 196 empresas, financeiras e não financeiras, com ações negociadas na BOVESPA. A fim de chegar a este número, foram identificadas todas as empresas cujas ações tiveram data de início de negociação anterior a 01/01/2007 e data de último negócio posterior a 31/12/2003. Desta forma, a série terá pelo menos um período de um ano inteiro de negociação. Portanto, fica claro que admitiu-se a possibilidade da empresa participar da amostra com apenas 1 dos 5 anos do painel. Isto caracteriza a amostra como um painel desbalanceado. Esta decisão minimiza o viés de sobrevivência da amostra, uma vez que foi aceita a possibilidade da empresa ter encerrado, ou mesmo iniciado, sua atividade bursátil durante o período amostral.

Para cada empresa, foi escolhida apenas uma única classe de ação: aquela com maior volume de negociação no período. Esta decisão foi tomada porque na análise de dados serão utilizadas informações contábeis da empresa. Como uma mesma empresa pode ter ações de diferentes classes, mas seus dados contábeis seriam os mesmos, isto causaria uma inconsistência.

Em seguida, foram coletados dados de preços semanais de cada empresa da amostra parcial, com tolerância para que o negócio tenha sido realizado dentro da semana de interesse. Algumas empresas apresentaram, para alguns anos, pouca frequência de dados semanais. Aquelas que não apresentaram pelo menos um ano com o mínimo de 40 semanas de dados de preço foram totalmente excluídas da amostra. Das restantes, os anos com menos de 40 observações de dados semanais também foram eliminados. Ou seja, uma empresa para fazer parte da amostra deveria ter, pelo menos, em um dos cinco anos de interesse, 40 ou mais observações de preço semanais.

Todos os dados foram obtidos da base de dados do sistema de informações da Economatica. Foi utilizada também a classificação por setor de atuação de acordo com as 20 categorias definidas pela Economatica. Na amostra, todos estes setores estão representados com pelo menos uma empresa.

3.5 Variáveis de Controle

Uma das variáveis constantemente encontradas em testes de modelo de precificação é o tamanho da empresa em questão. Esta variável é bastante utilizada como controle para os efeitos dos fatores de risco do modelo. Nesta pesquisa, o tamanho da empresa será definido por meio de três variáveis, a serem usadas individualmente, nunca em conjunto, na modelagem: (a) o logaritmo natural do valor de mercado das ações da empresa, (b) o logaritmo natural do ativo total contábil da empresa, e (c) o logaritmo natural da receita líquida da empresa.

Os valores de mercado das ações das empresas foram calculados a partir das cotações não ajustadas para proventos das ações ordinárias e preferenciais das empresas no fechamento de cada ano t , multiplicado pelas respectivas quantidades de ação em circulação. Os ativos totais contábeis foram obtidos, sempre que possível, por meio dos balanços consolidados das empresas ao final de cada ano t . As receitas líquidas, da mesma forma, foram obtidas, sempre que possível, por meio dos demonstrativos consolidados dos resultados dos exercícios.

A variável de controle valor de mercado sobre valor contábil das ações ($VMVC$) também é comumente utilizada em testes de modelo de precificação. Foi calculada dividindo-se o valor de mercado das ações pelo patrimônio líquido da empresa no fechamento do ano em questão.

Basu (1977) foi quem primeiro apontou uma anomalia em modelos de precificação relacionada ao índice preço/lucro (IPL). Esta anomalia seria explicada por expectativas exageradas por parte dos investidores, e os resultados mostraram que empresas com baixo IPL apresentaram retornos superiores mesmo quando controladas pelo beta.

Foi utilizado também o índice de liquidez (ILIQ) calculado pela Económica como variável de controle, além da alavancagem (IALAV), definida de duas maneiras: (a) dívida bruta sobre valor de mercado das ações da empresa, (b) exigível total sobre valor de mercado das ações da empresa. A dívida bruta das empresas corresponde à soma dos financiamentos de curto e longo prazo com as debêntures de curto e longo prazo emitidas pelas empresas. O exigível total corresponde à diferença entre o ativo total da empresa e seu patrimônio líquido. Além disso foram usadas variáveis *dummy* para distinguir os setores de atividade e os anos da amostra. A carteira de mercado adotada foi a carteira do Ibovespa e o ativo livre de risco foi o CDI.

4 Análise dos Resultados

A proposição do modelo de precificação incluindo comomentos parte da premissa de que um dos fatos estilizados em finanças é a não normalidade das taxas de retornos dos ativos. Dos 196 ativos que compõem esta amostra, 133 deles têm a hipótese nula de normalidade rejeitada ao nível de significância de 5%.

Em seguida, foram estimados os comomentos de acordo com a equação (5). Este comomentos foram então utilizados no modelo econométrico em painel, conforme a equação (8). O resultado para o modelo de efeitos fixos é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 – Regressões utilizando o método de efeitos fixos e efeitos aleatórios.

Regressores	Efeitos Fixos		Efeitos Aleatórios	
	Coefficiente	Erro-padrão	Coefficiente	Erro-padrão
Covariância	0.1841 ***	0.0627	0.1817 ***	0.0498
Coassimetria	-0.0061 *	0.0035	-0.0059 **	0.0029
Cocurtose	0.0007 ***	0.0002	0.0006 ***	0.0002
Tamanho	-0.0272	0.1031	-0.0276 *	0.0142
VMVC	0.0431 ***	0.0110	0.0155 ***	0.0058
IPL	-1.2E-05	8.9E-06	-1.0E-05	8.1E-06
ILIQ	-0.0495	0.0372	-0.0104	0.0186
IALAV	-0.0235 **	0.0099	0.0023	0.0051
Dummies Ano	SIM		SIM	
Dummies Setor	NÃO		SIM	
No. Observ.	595		595	
R-quad. ajust.	0.2349		0.2072	
Hausman (EF x EA)	25.08 (0.0089)			

A variável dependente utilizada nas regressões foi o prêmio pelo risco dos ativos, compostos continuamente e calculados semanalmente. Os símbolos ***, ** e * denotam, respectivamente, a significância estatística da estimativa ao nível de 1%, 5% e 10%. O valor entre parênteses no teste de Hausman é o nível de significância observado do teste. O tamanho da empresa foi medido com o logaritmo natural do Ativo Total e o IALAV foi medido com a razão entre a dívida bruta e o valor de mercado.

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 1, os comomentos dos ativos são significantes no modelo estimado com efeitos fixos. Este modelo, segundo o resultado do

teste de Hausman, é o mais adequado para os dados da amostra, uma vez que foi possível rejeitar a hipótese nula de que os termos η_i não são correlacionados com os regressores.

A fim de verificar a robustez do modelo proposto, este foi estimado com um conjunto diferente de variáveis de controle. Ao todo, foram possíveis outras 5 combinações diferentes da apresentada. Ao todo, em 5 dos 6 modelos estimados, os efeitos fixos foram considerados mais adequados do que os efeitos aleatórios. O modelo para o qual não foi possível rejeitar a hipótese nula do teste de Hausman foi aquele que utilizou como *proxy* para o tamanho o logaritmo do ativo total e como *proxy* para a alavancagem o exigível total sobre o valor de mercado.

Utilizando-se a variável dívida bruta sobre valor de mercado como *proxy* para o índice de alavancagem e o logaritmo natural da receita bruta como *proxy* para o tamanho da empresa, os resultados encontrados foram bem similares ao apresentado na Tabela 1, ou seja, os comomentos foram significativos.

Ao se utilizar a alavancagem como a razão entre o exigível total e o valor de mercado, a coassimetria passou a não ser mais significativa nos modelos em que o tamanho era dado pelo logaritmo natural do ativo ou da receita líquida. A coassimetria e a covariância passaram a não ser significativa quando o tamanho foi medido como o logaritmo natural do valor de mercado da empresa. Neste caso, o modelo econometricamente aceito foi o *CAPM* em sua formulação original.

Vale ressaltar que em todos os modelos a covariância foi estatisticamente significativa. Os modelos também foram coerentes quanto aos sinais dos comomentos analisados. A covariância sempre teve sinal positivo, indicando que quanto maior o seu valor, maior o prêmio pelo risco esperado para o ativo. A coassimetria apresentou sinal negativo, ou seja, indicando que ativos positivamente assimétricos em relação à carteira de mercado são preferíveis aos negativamente assimétricos, e que, portanto, os investidores exigem um prêmio menor por eles. O sinal da cocurtose foi positivo em todos os modelos, indicando que quanto maior esse comomento, maior o prêmio pelo risco demandado pelo investidor.

Por fim, considerados os resultados apresentados por esta pesquisa, parece promissora a possibilidade de inclusão de comomentos como variáveis regressoras em modelos de precificação. Foi verificado que, mesmo depois de controlados os efeitos de variáveis relacionadas a efeitos anômalos por estudos anteriores, ainda restou poder de explicação destes comomentos sobre as taxas de retorno de ativos.

5 Considerações Finais

Esta pesquisa buscou verificar, para dados de ativos regularmente negociados na Bolsa de Valores do Estado de São Paulo, BOVESPA, os efeitos da inclusão de comomentos como coassimetria e cocurtose em um modelo de precificação modificado para levar em conta esses fatores.

Foram analisadas 196 ações de diferentes empresas negociadas no mercado nacional, escolhidas dentre as mais líquidas e com dados disponíveis nos últimos 5 anos. Foi adotada uma estratégia inovadora para testes de modelo de precificação com comomentos: a análise de dados em painel. Esta formulação permite o estudo econométrico ao longo do tempo de unidades básicas de estudo dispostas em cortes transversais. Entre as vantagens desta técnica,

está a de permitir a observação de relações dinâmicas entre os dados, além de controlar efeitos não-observados como a heterogeneidade nos dados transversais.

Os resultados encontrados foram promissores, pois a coassimetria e a cocurtose estimadas foram consideradas relevantes em 5 dos 6 modelos estudados, mesmo após mantidas controladas variáveis que em estudos anteriores se mostraram fortemente correlacionadas com prêmios de taxas de retorno de ativos negociados em bolsa.

Referências

ALLAIS, Maurice F. C. Le Comportement de l'Homme Rationnel Devant le Risque, Critique des Postulats et Axioms de l'Ecole Americaine. *Econometrica*, v. 21, n. 1, p. 503–546, 1953.

ARDITTI, Fred D. Risk and the Required Return on Equity. *The Journal of Finance*, v. 22, n. 1, p. 19–36, 1967.

ARELLANO, Manuel. *Panel Data Econometrics*. New York: Oxford, 2003.

BALTAGI, Badi H. *Economic Analysis of Panel Data*. 3rd. ed. Chichester, England: Wiley, 2005.

BALTAGI, Badi H. Panel Data Models. In: MILLS, Terence C.; PATTERSON, Kerry (Ed.). *Palgrave Handbook of Econometrics*. New York: Palgrave Macmillan, 2006. Capítulo 17, p. 633–661.

BANZ, Rolf W. The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*, v. 9, n. 1, p. 3–18, 1981.

BARONE-ADESI, Giovanni; GAGLIARDINI, Patrick; URGÀ, Giovanni. Testing Asset Pricing Models with Coskewness. *Journal of Business & Economic Statistics*, v. 22, n. 4, p. 474–486, 2004.

BASU, Sandip K. Investment Performance of Common Stocks in Relation to Their Price-Earnings Ratios: A Test of the Efficient Market Hypothesis. *The Journal of Finance*, v. 32, n. 3, p. 663–682, 1977.

BERK, Jonathan B. A Critique of Size-related Anomalies. *Review of Financial Studies*, v. 8, n. 2, p. 275–286, 1995.

BHANDARI, Laxmi Chand. Debt/Equity Ratio and Expected Common Stock Returns: Empirical Evidence. *The Journal of Finance*, v. 43, n. 2, p. 507–528, 1988.

BLACK, Fischer. Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *The Journal of Business*, v. 45, n. 3, p. 444–455, 1972.

BLACK, Fischer.. Beta and Return - Announcements of the 'Death' of Beta Seem Premature. *Journal of Portfolio Management*, v. 20, p. 8–18, 1993.

BLACK, Fisher.; JENSEN, Michael C.; SCHOLES, Myron. The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. *Studies in the Theory of Capital Markets*, Praeger, New York, v. 6, 1972.

BLUME, Marshall E. On the Assessment of Risk. *The Journal of Finance*, v. 26, n. 1, p. 1–10, 1971.

BOLLERSLEV, Tim; ENGLE, Robert F.; WOOLDRIDGE, Jeffrey M. A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances. *Journal of Political Economy*, v. 96, n. 1, p. 116–31, Fev. 1988.

BROCKETT, Patrick L.; KAHANE, Yehuda. Risk, Return, Skewness and Preference. *Management Science*, v. 38, n. 6, p. 851–866, 1992.

CAMPBELL, John Y.; LO, Andrew W.; MACKINLAY, A. Craig. *The Econometrics of Financial Markets*. New Jersey: Princeton, 1997.

COCHRANE, John H. *Asset Pricing*. Revised ed. Princeton, NJ: Princeton, 2005.

FABOZZI, Frank J.; FRANCIS, Jack Clark. Beta as a Random Coefficient. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 13, n. 1, p. 101–116, 1978.

FAMA, Eugene F. Risk, Return and Equilibrium: Some Clarifying Comments. *The Journal of Finance*, v. 23, n. 1, p. 29–40, 1968.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, v. 47, n. 2, p. 427–465, 1992.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, v. 33, p. 3–56, 1993.

FANG, Hsing; LAI, Tsong-Yue. Co-kurtosis and Capital Asset Pricing. *The Financial Review*, v. 32, n. 2, p. 293–307, Mai. 1997.

FERSON, Wayne E.; HARVEY, Campbell R. The Variation of Economic Risk Premiums. *Journal of Political Economy*, v. 99, n. 2, p. 385–415, Abril 1991.

FERSON, Wayne E.; HARVEY, Campbell R. The Risk and Predictability of International Equity Returns. *Review of Financial Studies*, v. 6, n. 3, p. 527–66, 1993.

FERSON, Wayne E.; HARVEY, Campbell R. *Conditioning Variables and the Cross-Section of Stock Returns*. [S.l.], March 1999. (Working Paper Series, 7009).

FRIEND, Irwin; WESTERFIELD, Randolph. Co-skewness and Capital Asset Pricing. *Journal of Finance*, v. 35, n. 4, p. 897–913, Set. 1980.

GALAGEDERA, Don U. A.; HENRY, Darren; SILVAPULLE, Param. Empirical Evidence on the Conditional Relation between Higher-order Systematic Co-moments and Security Returns. *Quarterly Journal of Business and Economics*, v. 42, n. 1/2, p. 121–137, 2003.

- GOLLIER, Christian. *The Economics of Risk and Time*. Cambridge, MA: MIT, 2001.
- HARVEY, Campbell R. Time-varying Conditional Covariances in Tests of Asset Pricing Models. *Journal of Financial Economics*, v. 24, n. 2, p. 289–317, 1989.
- HARVEY, Campbell R.; SIDDIQUE, Akhtar. Conditional Skewness in Asset Pricing Tests. *Journal of Finance*, v. 55, n. 3, p. 1263–1295, 2000a.
- HARVEY, Campbell R.; SIDDIQUE, Akhtar. Time-Varying Conditional Skewness and the Market Risk Premium. *Research in Banking and Finance*, v. 1, n. 1, p. 27–60, 2000b.
- HARVEY, Campbell R. et al. *Portfolio Selection With Higher Moments*. Working Paper. 2004.
- HAUSMAN, Jerry A. Specification Tests in Econometrics. *Econometrica*, v. 46, n. 6, p. 1251–1271, 1978.
- HOMAIFAR, Ghassem; GRADDY, Duane B. Equity Yields in Models Considering Higher Moments of the Return Distribution. *Applied Economics*, v. 20, n. 3, p. 325–34, 1988.
- JACOB, Nancy L. The Measurement of Systematic Risk for Securities and Portfolios: Some Empirical Results. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 6, n. 2, p. 815–833, 1971.
- JONDEAU, Eric; ROCKINGER, Michael. *The Allocation of Assets Under Higher Moments*. Working paper. Dez. 2002.
- JONDEAU, Eric; ROCKINGER, Michael. Optimal Portfolio Allocation Under Higher Moments. In: *The European Financial Management Association – EFMA Meetings Paper*. Basileia, Suíça, 2004.
- INGERSOLL JR., Jonathan E. Multidimensional security pricing. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 10, n. 5, p. 785–798, 1975.
- JEAN, William H. The extension of portfolio analysis to three or more parameters. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 6, n. 1, p. 505–515, 1971.
- KLEMKOSKY, Robert C.; MARTIN, John D. The Adjustment of Beta Forecasts. *The Journal of Finance*, v. 30, n. 4, p. 1123–1128, 1975.
- KRAUS, Alan; LITZENBERGER, Robert H. Skewness Preference and the Valuation of Risk Assets. *The Journal of Finance*, v. 31, n. 4, p. 1085–1100, 1976.
- LEVY, Haim. A utility function depending on the first three moments. *The Journal of Finance*, v. 24, n. 4, p. 715–719, 1969.
- LIM, Kian-Guan. A New Test of the Three-Moment Capital Asset Pricing Model. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 24, n. 2, p. 205–216, Jun. 1989.

LINTNER, John. Security Prices, Risk, and Maximal Gains From Diversification. *The Journal of Finance*, v. 20, n. 4, p. 587–615, 1965a.

LINTNER, John. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *The Review of Economics and Statistics*, v. 47, n. 1, p. 13–37, 1965b.

MACHINA, Mark J. “Expected Utility” Analysis without the Independence Axiom. *Econometrica*, v. 50, n. 2, p. 277–324, 1982.

MARKOWITZ, Harry Max. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.

MARKOWITZ, Harry Max. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. NY: Wiley, 1959.

MOSSIN, Jan. Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica*, v. 34, n. 4, p. 768–783, 1966.

ROSENBERG, Barr; REID, Kenneth; LANSTEIN, Ronald. Persuasive Evidence of Market Inefficiency. *Journal of Portfolio Management*, v. 11, n. 9, p. 17, 1985.

RUBINSTEIN, Mark. The Fundamental Theorem of Parameter-preference Security Valuation. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 8, p. 61–69, 1973.

SCHWERT, G. William. Size and Stock Returns, and Other Empirical Regularities. *Journal of Financial Economics*, v. 12, n. 1, p. 3–12, 1983.

SEARS, R. Stephen; WEI, K. C. John. Asset Pricing, Higher Moments, and the Market Risk Premium: A Note. *Journal of Finance*, v. 40, n. 4, p. 1251–53, Set. 1985.

SEARS, R. Stephen; WEI, K. C. John. The Structure of Skewness Preferences in Asset Pricing Models with Higher Moments: An Empirical Test. *The Financial Review*, v. 23, n. 1, p. 25–38, Fev. 1988.

SHARPE, William F. Capital Asset Market Prices: a Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, v. 19, n. 3, p. 425–442, 1964.

SINGLETON, J. Clay; WINGENDER, John. Skewness Persistence in Common Stock Returns. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 21, n. 3, p. 335–341, Set. 1986.

STATTMAN, Dennis. Book Values and Stock Returns. *The Chicago MBA: A Journal of Selected Papers*, v. 4, p. 25–45, 1980.

STOLL, Hans R.; WHALEY, Robert E. Transaction Costs and the Small Firm Effect. *Journal of Financial Economics*, v. 12, n. 1, p. 57–79, 1983.

TOBIN, James. Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. *The Review of Economic Studies*, v. 25, n. 2, p. 65–86, 1958.

TREYNOR, Jack. Toward a Theory of Market Value of Risky Assets. Manuscrito não Publicado. 1961.

VON NEUMANN, John; MORGENSTERN, Oskar. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton, NJ: Princeton, 1947.

WOOLDRIDGE, Jeffrey M. *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 2002.

WOOLDRIDGE, Jeffrey M. *Introdução à Econometria: uma abordagem moderna*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006.