

Data Envelopment Analysis – DEA como Estratégia para Seleção de Carteiras de Investimento: uma aplicação a 13 anos do mercado de ações brasileiro

Autoria: Ana Lúcia Miranda Lopes, Marcus Vinicius Andrade Lima, Ademar Dutra, Valter Saurin

Resumo

Neste estudo a eficiência de ativos negociados na bolsa de valores de São Paulo é avaliada usando a técnica *Data Envelopment Analysis* – DEA (Charnes, Cooper e Rhodes, 1978). Busca-se obter uma estratégia passiva de construção de carteiras de desempenho superior ao principal índice da bolsa brasileira, o Ibovespa. Para tanto indicadores fundamentalistas do tipo Preço/Lucro, lucro por ação (LPA), retorno de 1, 3 e 5 anos são utilizados na composição do modelo assim como o beta e a volatilidade do ativo. As medidas de eficiência relativa estimadas são utilizadas na composição de quatro carteiras distintas, DEA-CRS mensal e anual, DEA-VRS mensal e anual. Os ativos considerados eficientes por DEA fazem parte da carteira com ponderações iguais. Os resultados mostraram que as carteiras anuais obtidas na aplicação do modelo VRS apresentam desempenho superior aos modelos mensais DEA-CRS e DEA-VRS, DEA-CRS anual, Ibovespa e CDI para o período de 1995 a 2007.. Estes resultados demonstram a utilidade da técnica DEA na avaliação de ativos. Pesquisas futuras são necessárias para investigar se a inclusão de outros indicadores fundamentalistas e técnicos conduzem à carteiras de melhor desempenho que as obtidas.

INTRODUÇÃO

Durante os últimos cinco anos o principal índice da Bolsa de Valores de São Paulo, o Ibovespa, galgou recordes de pontos nunca antes observado. Parte deste desempenho vem da elevação do grau de confiança do investidor na economia brasileira e, por consequência, nas empresas que fazem parte da bolsa de valores. Somado a este desempenho, 467% em cinco anos, veio a inclusão do sistema de negociação eletrônico e o *home broker*, tornando ainda mais fácil o acesso do investidor às informações e ao mercado de renda variável brasileiro.

Apesar da inclusão crescente do número de investidores neste mercado modelos de seleção de carteiras ainda parecem extremamente complexos. Desde o modelo de risco e retorno de Markowitz(1952) técnicas para seleção de carteiras tem consistentemente atraído a atenção dos analistas. Baseados no modelo original de Markowitz, vários outros modelos de construção de carteiras tem sido sugeridos. De acordo com Cohen e Pogue (1967) a maior parte destes modelos buscam simplificar o processo de estimação da matriz de variância-covariância de Markowitz com a intenção de tornar os cálculos mais fáceis e computacionalmente mais rápidos. Recentemente Lins et al(2007) propuseram a utilização de técnicas de análise de cluster para formulação de carteiras de ativos hipotéticos enquanto Matsumoto et al (2007) trabalharam com a utilidade do investidor para o mesmo fim.

Além disso, analistas de mercado utilizam os indicadores fundamentalistas e técnicos para decidir quais ativos deverão compor uma carteira. Um indicador bastante utilizado é o potencial de valorização da ação ($\% \text{ valorização} = \text{Preço Justo do Ativo} / \text{Preço de Mercado}$). Este mede o quão longe o preço de um ativo está de seu preço justo. Uma das dificuldades deste indicador está na determinação do preço justo do ativo que na sua construção leva em conta uma série de estimativas acerca do futuro da empresa. A determinação da taxa de

desconto do fluxo de caixa é também uma limitação, pois qualquer mudança na mesma afeta significativamente o preço justo.

Este artigo é motivado pela abordagem de Powers e McMullen (2000) aonde o método de programação matemática *Data Envelopment Analysis - DEA* é proposto para a construção de carteiras no mercado de renda variável americano. Apesar da importância deste trabalho os autores não apresentam nenhuma demonstração empírica da aplicabilidade de tal método na construção de carteiras.

DEA é uma técnica de programação matemática desenvolvida por Charnes, Cooper e Rhodes (1978). É uma poderosa ferramenta gerencial utilizada para avaliar a eficiência relativa de unidades organizacionais que utilizam múltiplos insumos na produção de múltiplos produtos.

Algumas questões podem ser levantadas: a medida de eficiência DEA é um bom indicativo do desempenho futuro de uma ação no mercado de renda variável brasileiro? Pode a informação sobre eficiência ser utilizada como um insumo para o processo de construção de uma carteira de investimentos?

É extensa a literatura que utiliza DEA na avaliação da eficiência relativa de empresas. Alguns estudos mais recentes vem demonstrando a aplicabilidade de DEA na área de finanças. Dentre estes estudos destaca-se o trabalho de Gregoriou (2007) que utiliza DEA para avaliação do desempenho de 25 fundos de ações americano. Choi e Murthi (2001), Basso e Funari (2001), Mont'alverne e Marinho (2003), Haslem e Sheraga (2003), Kreander et al (2005), Gregoriou (2003 e 2007) e Elling (2007) também utilizam DEA para avaliação de fundos de investimentos. Ceretta e Niederauer (2001) avaliam a rentabilidade e eficiência do setor bancário brasileiro enquanto que Machado-Santos e Rocha Armada (1997) propõem DEA para avaliação do desempenho de gestores de investimento sem recurso a carteiras padrão. Santos e Casa Nova (2005) constróem uma proposta de um modelo estruturado para análise de demonstrações contábeis e Rimkuvierné (2004) utiliza DEA para avaliação de investimentos estatais. Aplicações na construção de carteiras de investimento podem ser encontradas em Powers e McMullen (2000), Anderson e Springer (2003), Ardehali et al (2005), Lopes et al (2006), Becalli et al (2006) e Edirisinghe e Zhang (2007).

Neste estudo a eficiência das ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo é medida usando a técnica de fronteira *Data Envelopment Analysis - DEA*. As medidas de eficiência relativa são utilizadas para compor uma carteira na qual os ativos são igualmente ponderados. Esta carteira é utilizada para avaliar a validade do critério de seleção por DEA.

O artigo está estruturado da seguinte maneira: a próxima seção fornece algum *background* sobre a técnica DEA; na terceira seção descrevem-se os aspectos relacionados aos dados e à metodologia utilizada; na quarta seção são apresentados os resultados obtidos enquanto a quinta seção é reservada às considerações finais.

O MÉTODO DATA ENVELOPMENT ANALYSIS - DEA

Data Envelopment Analysis - DEA é um método não-paramétrico utilizado para medir a eficiência relativa de um conjunto de unidades tomadoras de decisão (DMUs) similares. Relaciona seus produtos aos insumos utilizados e categoriza as DMUs como gerencialmente eficientes e gerencialmente ineficientes (Edirisinghe, Zhang, 2007). Sua origem vêm da tese

de doutoramento de Rhodes (Charnes, Cooper e Rhodes, 1978) desenvolvida sob orientação de Willian W. Cooper e apresentada à *Carnegie Mellon University* em 1978 (Santos e Casa Nova, 2005).

DEA utiliza programação matemática para encontrar a eficiência de unidades tomadoras de decisão (DMUs) que utilizam múltiplos recursos na produção de múltiplos insumos. O método é uma extensão do trabalho de Farrel (1957) que media a eficiência técnica em casos de um único insumo e único produto.

DEA tem muitas vantagens sobre as técnicas paramétricas tradicionais como análise de regressão. Enquanto a análise de regressão calcula a eficiência da unidade organizacional por meio de uma aproximação à média, DEA foca nas observações individuais e otimiza a eficiência de cada unidade (Gregoriou, 2006). DEA evita problemas tradicionalmente associados aos modelos de regressão que requerem uma especificação a priori das relações entre as variáveis de insumo e produto.

É uma medida de eficiência relativa pois mede o desempenho da unidade sob avaliação quando esta é comparada às demais unidades. Por este motivo, é sensível à inclusão ou exclusão de qualquer unidade da análise.

Enquanto o modelo CRS (*constant returns to scale*) é adequado à unidades que apresentam retornos constantes à escala, o modelo VRS (*variable returns to scale*), desenvolvido por Banker, Charnes e Cooper em 1984 é apropriado para unidades que trabalham com retornos variáveis à escala. Os modelos CRS e VRS são apresentados em (1) e (2).

MODELO DEA – CRS (Charnes, Cooper e Rhodes, 1978)

$$\text{Max: } \theta = \sum_{r=1}^m u_r P_{rk}$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^n v_i I_{ik} = 1,$$

$$\sum_{k=1}^m u_r P_{rj} - \sum_{i=1}^n v_i I_{ij} \leq 0 \quad \text{para } j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq 0$$

(1)

MODELO DEA – VRS(Banker, Charnes e Cooper, 1984)

$$\text{Max: } \theta = \sum_{r=1}^m u_r P_{rk} - u_k$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^n v_i I_{ik} = 1,$$

$$\sum_{k=1}^m u_r P_{rj} - \sum_{i=1}^n v_i I_{ij} - u_k \leq 0, \text{ para } j=1, \dots, s$$

$$u_r, v_i \geq 0 \tag{2}$$

onde:

P_{rk} = quantidade do produto r produzido pela unidade organizacional k (aquela que está sendo otimizada)

I_{ik} = quantidade do insumo i consumido pela unidade organizacional k

P_{rj} = quantidade do produto r produzido pela unidade organizacional j ($j=1, \dots, s$)

I_{ij} = quantidade do insumo i consumido pela unidade organizacional j

r = número de produtos ($r=1, \dots, m$)

i = número de insumos ($i=1, \dots, n$)

u_r = peso do produto r

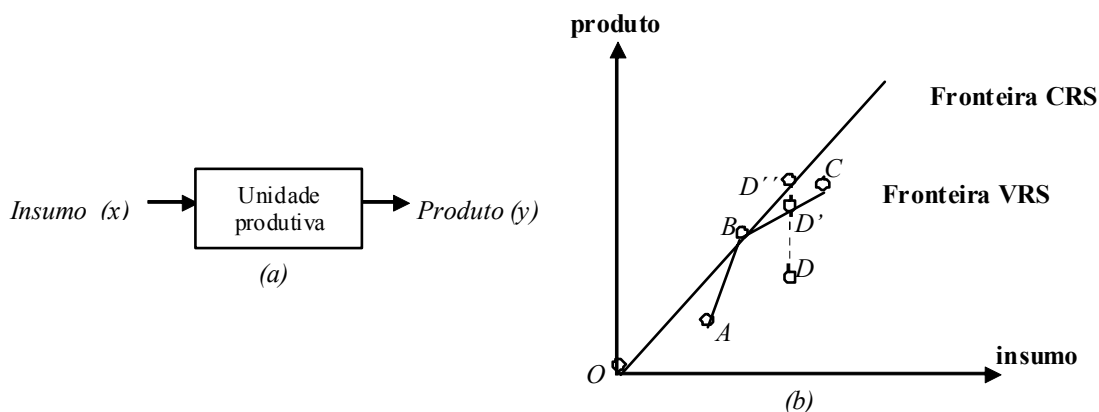
v_i = peso do insumo i

Nestes modelos o valor de θ indica o nível de eficiência da unidade k . Se $\theta = 1$, então a unidade k , sob análise, está na fronteira e pode ser considerada eficiente. Por outro lado, se $\theta < 1$ a unidade k pode reduzir a quantidade consumida de insumos mantendo as quantidades produzidas inalteradas sendo, portanto, ineficiente. Em DEA cada unidade é comparada com uma unidade virtual obtida por meio de uma combinação linear de todas as unidades eficientes, consideradas suas referências para definição de metas (*benchmarks*). O modelo de otimização busca os pesos para os insumos (v_i) e para os produtos (u_r) que maximizem o escore de eficiência da unidade sob análise.

Percebe-se que a diferença entre os modelos DEA-CRS e DEA-VRS é a inclusão da variável u_k representando retornos variáveis à escala.

Para a identificação da superfície de envelopamento um modelo de programação matemática DEA é resolvido para cada uma das unidades sob análise, de maneira a definir a fronteira de produção. Uma representação gráfica que ajuda a entender o cálculo da eficiência (ou ineficiência) considerando o retorno de escala está ilustrada na Figura 1. No exemplo, consideram-se unidades produtivas sujeitas a um insumo e um produto apenas, conforme mostrado em 1(a). A Figura mostra a fronteira estimada de eficiência CRS, e a fronteira estimada de eficiência VRS. No caso do modelo CRS com orientação a produto, a ineficiência técnica da unidade produtiva D pode ser estimada pelo segmento DD'' . Se considerarmos o modelo VRS, a ineficiência técnica é DD' . A diferença entre estas duas medidas é denominada ineficiência de escala.

Figura 1: (a) Unidade produtiva com um insumo e um produto; (b) Demonstração gráfica cálculo da ineficiência(ou ineficiência) das diferentes abordagens



Na estimação da eficiência a orientação do modelo deve também ser determinada. Modelos podem ser não-orientados, orientado à insumo ou orientado à produto (Anderson e Springer, 2003). A abordagem orientada à insumos determina que o aumento da eficiência técnica da unidade produtiva A (Figura 2) seja determinado por uma diminuição de insumos para uma produção constante (direção AA'). Já a abordagem orientada à produto determina que o aumento da eficiência técnica seja determinado pelo aumento de produção com insumos constantes (direção AA''). A unidade que opera na fronteira é considerada eficiente enquanto que a unidade que se desvia desta fronteira é considerada ineficiente (A).

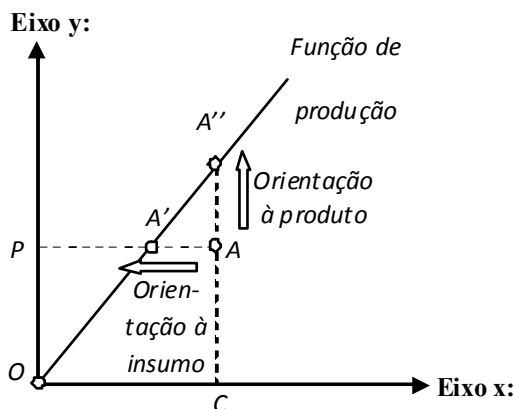


Figura 2: Comparação entre as medidas de eficiência técnica orientadas a insumo e a produto. As setas indicam o deslocamento para atingir a função de produção, e consequentemente a orientação

DADOS E METODOLOGIA UTILIZADA

Este estudo parte do modelo desenvolvido por Powers & McMullen(2000) que propõem a aplicação de DEA para seleção de carteiras no mercado de renda variável americano e busca uma estratégia de composição de carteiras para o mercado brasileiro.

A amostra inicial foi constituída por um conjunto de 732 ações de empresas de capital aberto na Bolsa de Valores de São Paulo - BOVESPA. Um corte de liquidez foi realizado considerando para a avaliação DEA somente ativos que apresentavam no início de cada um dos meses ou ano avaliados um índice de liquidez acima de 0,05. O resultado deste corte levou à avaliação para uma possível participação nas carteiras 74 ativos, em média.

O processo de construção das carteiras foi dividido em etapas conforme Figura 3. A primeira etapa é um levantamento de todos os indicadores importantes para a avaliação do desempenho de um ativo. Na segunda etapa são escolhidos os indicadores que comporão o modelo.

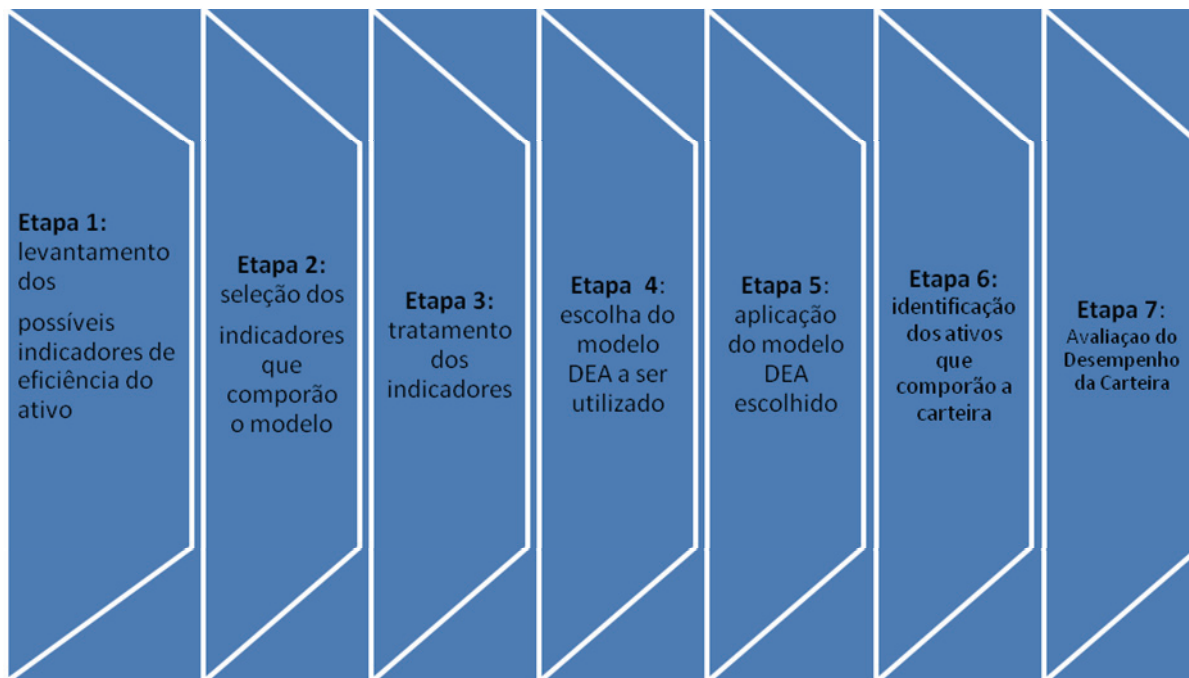


Figura 3 - Etapas Propostas para a Seleção de Ativos que Comporão a Carteira DEA

Aqui os indicadores propostos por Powers & McMullen(2000) são utilizados resultando em um total de sete variáveis de desempenho,, conforme descrito no Quadro 1. Os indicadores preço/lucro, beta e volatilidade foram considerados como insumos enquanto que o LPA e os retornos de 12, 36 e 60 meses participaram do modelo como produtos. Com exceção dos retornos de 12, 36 e 60 meses todos os valores dos indicadores foram tomados na data imediatamente anterior à composição da carteira.

Quadro 1 – Relação dos Indicadores Utilizados na Construção das Carteiras

| Indicador | Descrição | Classificação | |
|--------------|---|---------------|----|
| Preço/Lucro | Cotação da ação/lucro por ação | Insumo | I1 |
| Beta | Relação entre o retorno do ativo e o retorno da carteira de mercado | Insumo | I2 |
| Volatilidade | Desvio-padrão dos retornos de 36 meses | Insumo | I3 |
| LPA | Lucro por ação | Produto | P1 |
| %12 | Retorno dos 12 meses anteriores ao período da carteira | Produto | P2 |
| %36 | Retorno dos 36 meses anteriores ao período da carteira | Produto | P2 |
| %60 | Retorno dos 60 meses anteriores ao período da carteira | Produto | P3 |

Os dados utilizados são originários do Economática[®] enquanto que a implementação computacional foi efetuada com a utilização do software EMS (disponível em <http://www.wiso.uni-dortmund.de/lsg/or/scheel/ems/>).

Na terceira etapa do modelo (Figura 3) um tratamento dos dados é realizado, seguindo Powers & McMullen(2000). Este tratamento envolve uma padronização de acordo com a equação (3), um re-escalamento de acordo com (4), evitando a inclusão de dados negativos no modelo DEA, e uma normalização (5) dos valores resultantes de (3) e (4). Estes procedimentos tornam as instâncias numéricas mais balanceadas, reduzindo o risco de imprecisão computacional.

$$Z_{ij} = \frac{(X_{ij} - \bar{X}_j)}{\hat{\sigma}_j} \quad (3)$$

onde:

Z_{ij} = resultado padronizado para o indicador j do ativo i ;

X_{ij} = o valor do indicador j do ativo i ;

$\bar{X}_j, \hat{\sigma}_j$ = média e o desvio-padrão do indicador j para todos os ativos.

$$RZ_{ij} = \text{Abs}(\text{Min } Z_j) + Z_i \quad (4)$$

$$MRZ_{ij} = RZ_{ij} / \text{máximo de } RZ_j \quad (5)$$

Aonde RZ_{ij} é o resultado do re-escalamento de cada indicador e MRZ_{ij} é a normalização da ação i no indicador j realizada dividindo todos os indicadores pelo valor máximo apresentado, conforme equação (4).

Na quarta etapa a escolha do modelo a ser utilizado na avaliação é realizada. Deve-se escolher dentre os vários modelos existentes, DEA-CCR, DEA-VRS, supereficiência, entre outros, aquele que é mais adequado à avaliação de desempenho que se pretende. Além da escolha do modelo deve-se também proceder à escolha da orientação do modelo, se orientação insumo ou orientação produto.

Neste estudo definiu-se que os modelos de retornos constantes à escala – DEA-CCR - e retornos variáveis à escala – DEA-VRS – com orientação insumo seriam testados para selecionar o conjunto de ativos que comporiam as carteiras. Estas duas abordagens são mostradas nas equações (5) a (7) e (8) a (10).

Para este estudo considera-se cada ativo negociado no mercado brasileiro como uma unidade produtiva de DEA e quatro modelos são testados buscando aquele de melhor desempenho. DEACA é uma aplicação do modelo CRS (Charnes, Cooper e Rhodes, 1978) na construção de carteiras anuais, enquanto que o DEACM utiliza o mesmo modelo para compor carteiras mensais. Os modelos DEAVA e DEAVM trabalham com retornos variáveis à escala-VRS (Banker, Charnes e Cooper, 1984) em carteiras anuais e mensais, respectivamente.

Destaca-se que quando da aplicação de DEA ao conjunto de ativos da amostra o modelo de otimização buscará aqueles que apresentem os menores valores de insumo (beta, volatilidade e P/L) dado o nível de produto apresentado. Este procedimento resulta na escolha de ativos eficientes para comporem as carteiras DEA que apresentam baixo risco e elevados retornos.

Um total de 13 carteiras anuais e 156 carteiras mensais para cada modelo DEACA e DEAVM são construídas. O período de 1995 a 2007 foi escolhido por envolver várias crises importantes no mercado mundial. A idéia é observar como os desempenhos das carteiras DEA são afetados por crises tais como a crise asiática em 1997, a crise Russa em 1998, a bolha da NASDAQ em 2000 e a crise ocasionada pelos ataques aos EUA em setembro de 2001.

Após a identificação dos ativos que compõem a carteira (Etapa 5) seu desempenho é testado quando comparado ao do benchmark escolhido (Etapa 6). Simula-se a compra de todos os ativos considerados eficientes por DEA no início do período (ano ou mês) e a venda desta carteira no final do mesmo. Os investimentos na carteira são realizados com ponderações iguais (1/N). Esta abordagem vai de encontro ao trabalho de DeMiguel, Garlappi e Uppal(2005) que compararam esta regra de alocação à vários modelos dinâmicos e de alocação ótima concluindo que a alocação do tipo 1/N apresenta um desempenho superior.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

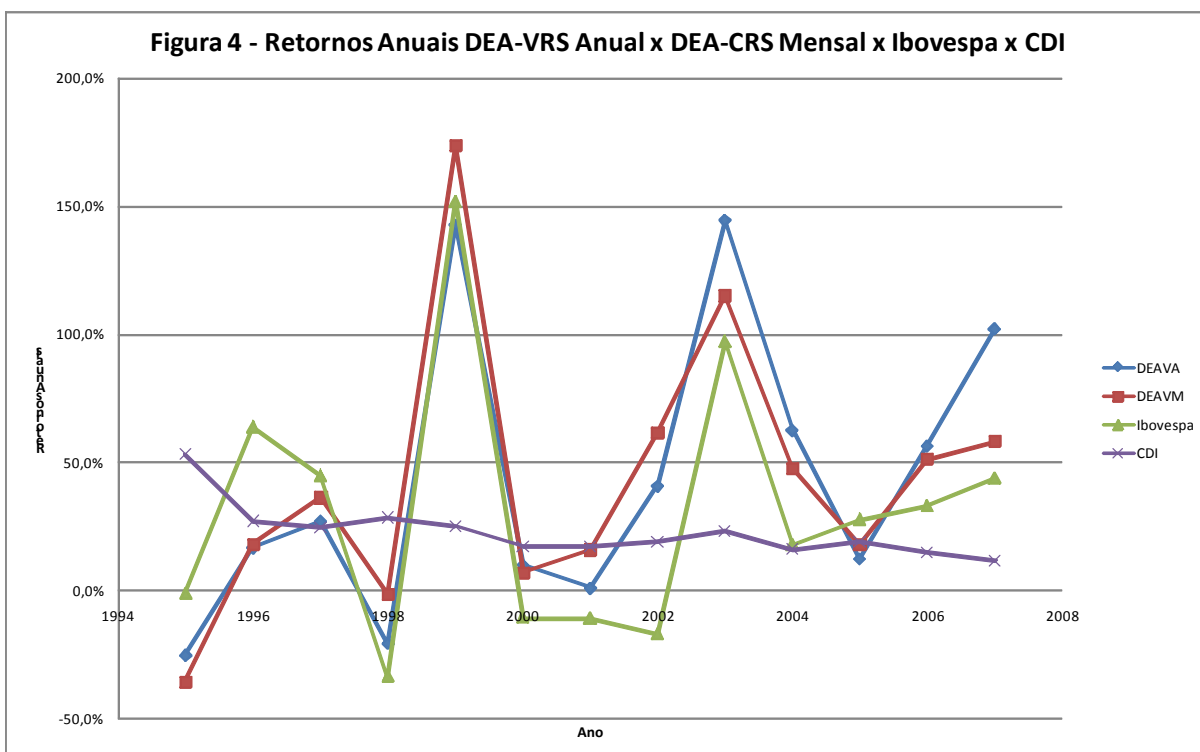
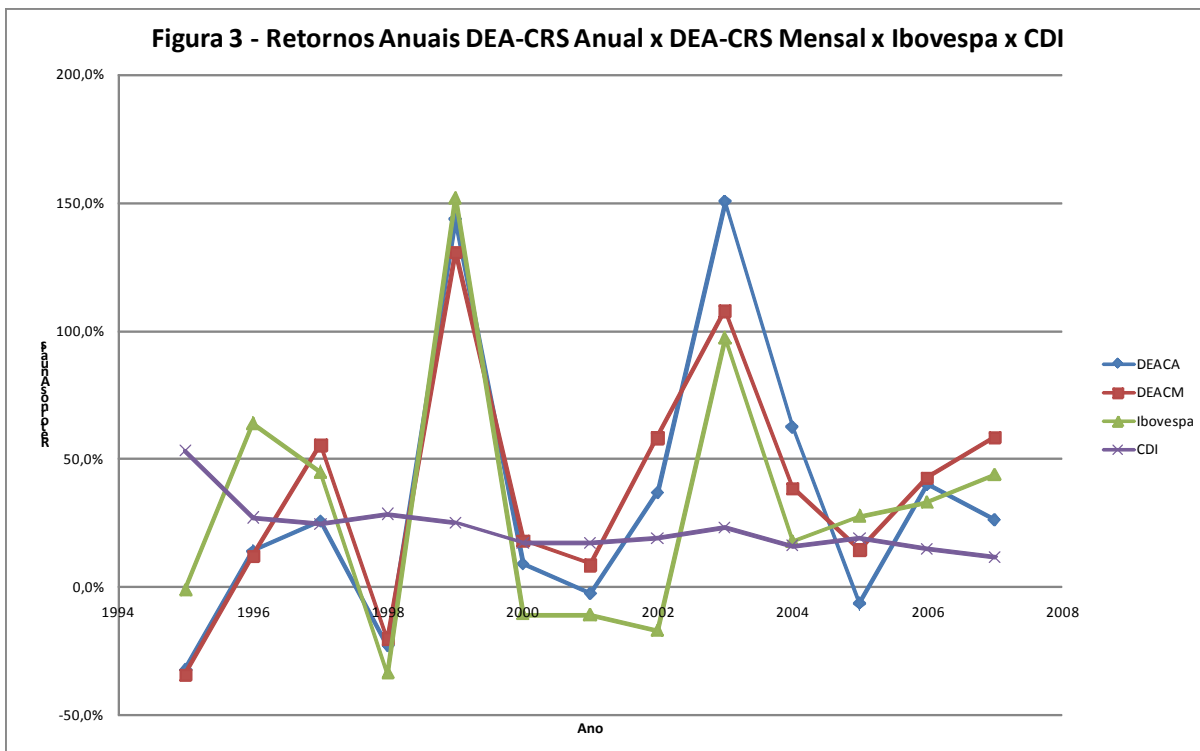
Os resultados da aplicação dos dois modelos CRS e VRS na construção de carteiras anuais (DEACA e DEAVA) e mensais (DEACM e DEAVM) são mostrados nas Figura 3 e 4 e Tabelas 1 e 2. Ressalta-se que os retornos apresentados estão em valores nominais.

As Tabelas 3 e 4 apresentam a relação dos ativos que compõem cada carteira anual em cada modelo. Observa-se que o número de ativos não é fixo e varia de sete a dezenove na carteira DEA – CRS (Tabela 3) e de 9 a 22 na carteira DEA-VRS (Tabela 4). As carteiras mensais não são aqui apresentadas devido ao elevado número de carteiras em cada modelo(156).

Os resultados apresentados nas Tabelas 1 e 2 mostram um desempenho acumulado superior das carteiras DEA quando comparadas ao Ibovespa e ao CDI, independente do período da carteira e do modelo utilizado. As carteiras DEA-CRS anuais e mensais (DEACA e DEACM) superaram o Ibovespa em 37,5% e 84,2%, respectivamente, enquanto obtiveram retornos 146,5% e 193,2% superiores ao CDI, para o período de 1995 a 2007. Já as carteiras DEA-VRS anuais e mensais superaram o Ibovespa em 163,6% e 160%, respectivamente, enquanto obtiveram retornos 272,6% e 269% superiores ao CDI.

Quando a análise é realizada anualmente observa-se que em momentos de crise no mercado acionário nenhum modelo consegue superar o CDI (1995, 1998 e 2001). As Figuras 3 e 4 mostram claramente estes momentos assim como os pontos em que cada modelo ganha ou perde do CDI e Ibovespa. Observe como os modelos DEA-CRS e DEA-VRS conseguem

acompanhar o movimento do Ibovespa oferecendo ganhos ao investidor em momentos de Ibovespa elevado além de oferecer menores perdas em momentos de crise.



A carteira DEA-CRS anual alcança desempenho superior ao Ibovespa em sete dos treze anos, a carteira DEA-CRS mensal em nove, a carteira DEA-VRS anual em 8 e a carteira DEA-VRS mensal em nove dos treze anos. As médias dos retornos também mostram a superioridade do modelo DEA-VRS anual que apresenta uma taxa de retorno média de 56,1% ao ano.

Pela análise das Figuras 3 e 4 e Tabelas 1 e 2 conclui-se que para o período analisado os modelos DEA-CRS e DEA-VRS foram capazes de gerar um desempenho superior ao do mercado (Ibovespa) e esta superioridade está concentrada em momentos de euforia. Quando comparados os quatro modelos conclui-se que o modelo DEAVA, carteiras anuais do tipo DEA-VRS, é o mais indicado pois gera retornos superiores ao Ibovespa no longo prazo e um retorno acumulado superior aos demais modelos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo a eficiência de ativos negociados na bolsa de valores de São Paulo – Bovespa no período de 1995 a 2007 é avaliada usando a técnica *Data Envelopment Analysis* – DEA (Charnes, Cooper e Rhodes, 1978). Busca-se obter uma estratégia passiva de construção de carteiras de desempenho que seja superior ao principal índice da bolsa brasileira, o Ibovespa.

Os resultados demonstraram a utilidade da medida de eficiência relativa DEA como um critério adicional na construção de carteiras no mercado de renda variável brasileiro pois os retornos das carteiras DEA apresentaram-se superiores ao Ibovespa e ao CDI, na maior parte do período. Os retornos acumulados mostraram que a carteira DEA anual construída com a aplicação do modelo DEA-VRS no início de cada ano é a mais indicada para investimentos no longo prazo.

DEA se apresenta, portanto, como uma poderosa ferramenta para analistas de mercado que em conjunto com técnicas de seleção de ações tais como percentual de valorização esperado, análises macroeconômicas e setoriais, entre outras, poderiam obter retornos ainda superiores melhorando ainda mais a eficiência do modelo.

Trabalhos futuros apontam na direção de testar outros modelos DEA como o da supereficiência e avaliação cruzada assim como diferentes conjuntos de indicadores na busca de resultados melhores para momentos de crise no mercado acionário.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERSON, R. I.; SPRINGER, T. Selection and portfolio construction: using operating efficiency as an indicator of performance. **Journal of Real Estate Portfolio Management**, Jan-Apr. 2003.

ARDEHALI, P.H., PARADI, J.C., ASMILD, M. Assessing Financial Risk Tolerance of Portfolio Investors using Data Envelopment Analysis. **International Journal of Information Technology & Decision Making**. Vol. 4, No. 3, 491-519, 2005.

BANKER, R. D., A. CHARNES., W. W. COOPER. Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. **Management Science**, Vol. 30, No. 9, pp. 1078-1092, Sep., 1984.

- BASSO, A., FUNARI, S. A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance. **European Journal of Operational Research**, . Volume 135, number 3, pp. 477-492(16), 2001.
- BECALLI, E., CASU, B., GIRARDONE, C. Efficiency Stock Performance in European Banking. **Journal of Business Finance & Accounting**. Volume 33, issue 1-2, pg. 245, 2006.
- CERETTA, Paulo Sergio; COSTA JR, Newton C. A da. Avaliação e seleção de fundos de investimento: um enfoque sobre múltiplos atributos. **Revista de Administração Contemporânea**, v. 5 (1), p. 7-22, Janeiro/Abril, 2001.
- CHARNES, COOPER E RHODES (1978) Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, 2, 429-444..
- CHOI, Y.K., MURTHI, B.P.S. Relative Performance Evaluation of Mutual Funds: A Non-Parametric Approach. **Journal of Business Finance & Accounting**, vol. 28, issue 7-8, pg. 853, 2001.
- COHEN, K.J. e POGUE, J.A. An empirical evaluation of alternative portfolio-selection models, **Journal of Business**, vol. 40 (2), p. 166-193, 1967.
- DEMIGUEL, V.Ç GARLAPPI, L.; UPPAL, R. How Inefficient is the 1/N Asset-Allocation Strategy? Working paper, 2005.
- EDIRISINGHE, N.C.P.; ZHANG, X. Generalized DEA Model of Fundamental Analysis and its Application to Portfolio Optimization. **Journal of Banking & Finance**. Vol. 31, no. 11, Novembro de 2007.
- ELLING, M. Performance Measurement of hedge funds using data envelopment analysis. **Financial Markets and Portfolio Management** 20: 4, 442, 2007.
- GREGORIOU, Greg N. Performance appraisal of funds of hedge funds using data envelopment analysis. **Journal of Wealth Management**, p. 88-95, 2003.
- GREGOURIOU, Greg N. Optimization of the Largest US Mutual Funds using Data Envelopment Analysis. **Journal of Asset Management**, v.6,6, 445-455, 2007.
- GREGOURIOU, G.N., ZHU, J. Data envelopment analysis – A way to assess the efficiency of funds of hedge funds. **J. Portfolio Management** 33 (2): 120-132 Win 2007.
- HASLEM, John A.; SCHERAGA, Carl A. Data envelopment analysis of Morningstar's large-cap mutual funds. **Journal of Investing**, p. 41-48, Winter, 2003.
- KREANDER, N., GRAY, R.H., POWER, D.M., SINCLAIR, C.D. Evaluating the Performance of Ethical and Non-ethical Funds: A Matched Pair Analysis. **Journal of Business & Accounting**, 32 (7-8), 1465-1493, 2005.
- LINS, A.G., SILVA, W.V, GOMES, L. MARQUES, S. **Formulação de Carteiras Hipotéticas de Ativos Financeiros Usando a Técnica de Análise de Cluster**. XXXI EnANPAD, Rio de Janeiro/RJ, setembro de 2007.
- LOPES, A.L.M., LIMA, M.V. A., DUTRA, A., LANZER, E.A. **DEA Investment Strategy in the Brazilian Stock Market**. XXXI EnANPAD, Rio de Janeiro/RJ, setembro de 2007.
- MARKOWITZ, H. M. Portfolio selection. **Journal of Finance**, vol. 7(1), p. 77-91, 1952.
- MATSUMOTO, A.S., PINHEIRO, A.A.O., SANTOS, C.E.G. **Seleção de Carteiras com Base na Utilidade do Investidor**. XXXI EnANPAD, Rio de Janeiro/RJ, setembro de 2007.

MONT'ALVERNE, C. B. e MARINHO, E. Análise de performance dos fundos de investimento de renda variável nacionais: uma aplicação do DEA – Data Envelopment Analysis. In: Anais do **VIII Encontro Regional de Economia**, Fortaleza, 2003.

POWERS, Jennifer; McMULLEN, Patrick R. Using data envelopment analysis to select efficient large market cap securities. **Journal of Business and Management**, v. 7 (2), p.31-42, Fall, 2000.

RIMKUVIERE, D. The Use of Data Envelopment Analysis for Selection of Investment Objects. **Ekonomika** no. 66, 2004.

SANTOS, A.; CASA NOVA, S.P.C. Proposta de um Modelo Estruturado de Análise de Demonstrações Contábeis. **RAE Eletrônica**, v.4, n.1, art. 8, jan/jul. 2005.

Tabela 1 – Estatística descritiva das Carteiras DEA - CRS Anual (DECA) e Mensal (DEACM)

| MODELO 1 - CCR | | | | |
|--------------------------|---------------|---------------|---------------|--------------|
| Ano | DEACA | DEACM | Ibovespa | CDI |
| 1995 | -32,2% | -34,1% | -1,3% | 53,1% |
| 1996 | 13,9% | 12,0% | 63,8% | 27,1% |
| 1997 | 25,7% | 55,4% | 44,8% | 24,6% |
| 1998 | -22,8% | -20,1% | -33,5% | 28,6% |
| 1999 | 143,3% | 130,6% | 151,9% | 25,1% |
| 2000 | 9,1% | 18,0% | -10,7% | 17,3% |
| 2001 | -2,4% | 8,7% | -11,0% | 17,3% |
| 2002 | 36,8% | 58,2% | -17,0% | 19,1% |
| 2003 | 150,2% | 107,8% | 97,3% | 23,2% |
| 2004 | 62,4% | 38,6% | 17,8% | 16,2% |
| 2005 | -6,3% | 14,6% | 27,7% | 19,0% |
| 2006 | 40,0% | 42,6% | 32,9% | 15,0% |
| 2007 | 26,2% | 58,3% | 43,7% | 11,8% |
| Média | 34,1% | 37,7% | 31,3% | 22,9% |
| Desvio-padrão | 56,3% | 46,2% | 51,3% | 10,4% |
| Retorno Acumulado | 443,9% | 490,6% | 406,4% | 297,4% |

*DEACA e DEACM= Retornos das carteiras DEA- CRS anuais e mensais, respectivamente.

Tabela 2 – Estatística descritiva das Carteiras DEA - VRS Anual (DEVA) e Mensal (DEAVM)

| MODELO 2 - VRS | | | | |
|--------------------------|---------------|---------------|--------------|--------------|
| Ano | DEAVA | DEAVM | Ibovespa | CDI |
| 1995 | -25,4% | -35,5% | -1,3% | 53,1% |
| 1996 | 16,7% | 18,2% | 63,8% | 27,1% |
| 1997 | 27,0% | 36,4% | 44,8% | 24,6% |
| 1998 | -20,7% | -1,4% | -33,5% | 28,6% |
| 1999 | 142,7% | 173,6% | 151,9% | 25,1% |
| 2000 | 10,0% | 7,0% | -10,7% | 17,3% |
| 2001 | 0,9% | 16,1% | -11,0% | 17,3% |
| 2002 | 40,7% | 61,5% | -17,0% | 19,1% |
| 2003 | 144,6% | 115,1% | 97,3% | 23,2% |
| 2004 | 62,6% | 47,7% | 17,8% | 16,2% |
| 2005 | 12,4% | 18,0% | 27,7% | 19,0% |
| 2006 | 56,4% | 51,4% | 32,9% | 15,0% |
| 2007 | 102,1% | 58,3% | 43,7% | 11,8% |
| Média | 43,8% | 43,6% | 31,3% | 22,9% |
| Desvio-padrão | 56,1% | 53,5% | 51,3% | 10,4% |
| Retorno Acumulado | 570,0% | 566,4% | 406,4% | 297,4% |

*DEAVA e DEAVM= Retornos das carteiras DEA- VRS anuais e mensais, respectivamente.

Tabela 3 – Composição das Carteiras DEA - CRS Anuais

| 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| BCNA4 | ACES4 | BRIV4 | AMBV3 | AMBV3 | AMBV4 | ACES3 | ACES3 | AMBV3 | AMBV3 | AMBV4 | ALPA4 | GETI4 |
| CEVA4 | BESP4 | AMBV4 | AMBV4 | BESP4 | ARCE4 | ACES4 | ACES4 | ARCE4 | ARCE4 | CPSL3 | BRTP3 | ALPA4 |
| CHAP4 | BBDC4 | BDLL4 | CBEE3 | KLBN4 | BSUL5 | ARCE4 | BDLL4 | CMET4 | BRTO4 | FESA4 | CMET4 | AMBV3 |
| DURA4 | BBAS3 | CEVA4 | BESP4 | PALF3 | BESP4 | BESP4 | BRKM5 | EMBR3 | MSAN3 | SALM4 | FFTL4 | ARCE3 |
| FBRA4 | FAPC4 | MAHS4 | CEVA4 | PLAS4 | BRTO4 | ICPI4 | CMET4 | FJTA4 | MSAN4 | TCOC3 | GOAU4 | COCE5 |
| PTIP4 | REPA4 | CNFB4 | GGBR4 | REAL4 | CMET4 | EMBR4 | CNFB4 | GOAU4 | CMET4 | TNCP4 | GUAR3 | IMBI4 |
| PMAM4 | LAME4 | LORZ4 | KLBN4 | SDIA4 | CHAP4 | GOAU4 | EMBR3 | CSNA3 | CPSL3 | WEGE4 | MYPK4 | EBTP4 |
| UBBR4 | PETR4 | BARB4 | CRUZ3 | | EMBR4 | IGBR5 | EMBR4 | USIM5 | FFTL4 | | RIPI3 | GOAU4 |
| | SDIA4 | TAMR4 | UBBR4 | | GGBR4 | CPCA4 | GOAU4 | | RIPI4 | | LAME4 | IDNT3 |
| | | VCPA4 | | | GOAU4 | UNIP6 | PRGA4 | | KLBN4 | | PETR4 | RHDS3 |
| | | VALE5 | | | PTIP4 | | RPSA4 | | LIPR3 | | RAPT4 | PLAS4 |
| | | WHMT3 | | | ITEC3 | | CRUZ3 | | LAME4 | | RSID3 | SCAR3 |
| | | | | | PALF3 | | | | PMAM4 | | TCOC3 | TCSL3 |
| | | | | | PLAS4 | | | | CRUZ3 | | TLPP4 | USIM3 |
| | | | | | PLTO6 | | | | VALE3 | | USIM5 | VCPA4 |
| | | | | | RPSA4 | | | | WEGE4 | | | |
| | | | | | SAMI4 | | | | | | | |
| | | | | | MFLU3 | | | | | | | |
| | | | | | CRUZ3 | | | | | | | |

Tabela 4 - Composição das Carteiras DEA - VRS Anuais

| 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| BCNA4 | ACES4 | BRIV4 | AMBV3 | AMBV3 | AMBV4 | ACES3 | ACES3 | AMBV3 | AMBV3 | AMBV4 | ALPA4 | GETI4 |
| CEVA4 | BESP4 | AMBV4 | AMBV4 | BESP4 | ARCE4 | ACES4 | ACES4 | ARCE4 | ARCE4 | CPSL3 | BRTP3 | ALPA4 |
| CHAP4 | BBDC4 | BDLL4 | CBEE3 | KLBN4 | BSUL5 | ARCE4 | BDLL4 | CMET4 | BRTO4 | FESA4 | CMET4 | AMBV3 |
| DURA4 | BBAS3 | CEVA4 | BESP4 | PALF3 | BESP4 | BESP4 | BRKM5 | EMBR3 | MSAN3 | SALM4 | FFTL4 | ARCE3 |
| FBRA4 | FAPC | MAHS4 | CEVA4 | PLAS4 | BRTO4 | ICPI4 | CMET4 | FJTA4 | MSAN4 | TCOC3 | GOAU4 | COCE5 |
| PTIP4 | REPA4 | CNFB4 | GGBR4 | REAL4 | CMET4 | EMBR4 | CNFB4 | GOAU4 | CMET4 | TNCP4 | GUAR3 | IMBI4 |
| PMAM4 | LAME4 | LORZ4 | KLBN4 | SDIA4 | CHAP4 | GOAU4 | EMBR3 | CSNA3 | CPSL3 | WEGE4 | MYPK4 | EBTP4 |
| UBBR4 | PETR4 | BARB4 | CRUZ3 | FFTL4 | EMBR4 | IGBR5 | EMBR4 | USIM5 | FFTL4 | ALPA4 | RIPI3 | GOAU4 |
| FTSU4 | SDIA4 | TAMR4 | UBBR4 | CRUZ3 | GGBR4 | CPCA4 | GOAU4 | ETER3 | RIPI4 | FFTL4 | LAME4 | IDNT3 |
| VRLM4 | VALE3 | VCPA4 | | | GOAU4 | UNIP6 | PRGA4 | PTIP4 | KLBN4 | GETI3 | PETR4 | RHDS3 |
| KLBN4 | | VALE5 | | | PTIP4 | AMBV3 | RPSA4 | LAME4 | LIPR3 | GOAU4 | RAPT4 | PLAS4 |
| BNAC4 | | WHMT3 | | | ITEC3 | BESP3 | CRUZ3 | | LAME4 | INEP4 | RSID3 | SCAR3 |
| SAD4 | | BCNA4 | | | PALF3 | BDLL4 | BRAS4 | | PMAM4 | LIGT3 | TCOC3 | TCSL3 |
| | | BBDC3 | | | PLAS4 | ITAU3 | VALE5 | | CRUZ3 | RIPI4 | TLPP4 | USIM3 |
| | | LAME4 | | | PLTO6 | PETR3 | | | VALE3 | TRPL4 | USIM5 | VCPA4 |
| | | PETR3 | | | RPSA4 | USIM5 | | | WEGE4 | USIM3 | IDNT3 | FJTA4 |
| | | | | | SAMI4 | | | | GOAU4 | | USIM3 | FFTL4 |
| | | | | | MFLU3 | | | | TNLP4 | | | LAME4 |
| | | | | | CRUZ3 | | | | USIM5 | | | TMAR5 |
| | | | | | ITAU4 | | | | | | | |
| | | | | | PETR3 | | | | | | | |
| | | | | | PETR4 | | | | | | | |