

Identificação da Presença de Memória Longa no Di/Over: Aplicação de um Modelo ARFIMA no Período 1999-2009

Autoria: Pedro Raffy Vartanian

Uma importante referência em termos de rentabilidade do mercado financeiro brasileiro é a taxa DI (depósito interbancário), que tem origem nas negociações diárias do mercado interbancário e se relaciona diretamente com a taxa Selic. Desde a implementação do regime de metas para a inflação no Brasil, em 1999, a Taxa Selic vem apresentando tendência gradativamente cadente, a despeito de elevações intermitentes em períodos de aceleração dos preços. Assim, a taxa DI/over, que é fortemente correlacionada com a Taxa Selic, vem apresentando o mesmo comportamento. Nesse sentido, o objetivo do presente artigo é investigar o grau de integração da série do DI/over no período de julho de 1999 a setembro de 2009 por meio da aplicação de um modelo ARFIMA. Pretende-se, assim, detectar se os retornos do DI/over apresentam memória longa e, adicionalmente, construir um modelo de previsão considerando a presença de integração fracionária. O trabalho tem como hipótese o fato de que a taxa apresenta memória longa, o que implica afirmar que os retornos futuros do DI/over apresentarão forte relação com o atual patamar da taxa. A importância da pesquisa se justifica pela necessidade de se investigar se aplicações de prazos longos, indexadas ao DI/over, como um certificado de depósito bancário (CDB) de cinco anos, por exemplo, continuarão oferecendo retornos semelhantes aos obtidos na atualidade. A delimitação temporal, por sua vez, se justifica pelo funcionamento do regime de metas para a inflação, no período inicial, até o período de tempo com dados disponíveis na elaboração da pesquisa, tendo em vista que o comportamento da Taxa Selic assumiu nova dinâmica na importância do uso da política monetária como instrumento de estabilidade dos preços. Os resultados encontrados sugerem que a série do DI/over apresenta grau de integração fracionário e presença de memória longa, além de um comportamento de reversão à média, confirmando a hipótese inicialmente formulada. Isto pode ser considerado particularmente importante para influenciar a tomada de decisão dos investidores em aplicações de prazos longos, pois um período de queda acentuada do DI/over antecede, pelos resultados encontrados, um cenário de elevação do indexador. Outra questão que merece destaque é o fato de a presença de memória longa indicar que, a despeito de oscilações intermitentes, os retornos futuros do DI/over apresentarão forte relação com o atual patamar da taxa. Adicionalmente, modelos estimados com diferenciação fracionária em detrimento da utilização arbitrária da primeira diferença de uma série mostram-se com elevado poder preditivo e tendem a apresentar resultados menos discrepantes em termos de desvio dos valores previstos em relação aos efetivos.

1. Introdução

Uma importante referência em termos de rentabilidade do mercado financeiro brasileiro é a taxa DI (depósito interbancário), que tem origem nas negociações diárias do mercado interbancário e se relaciona diretamente com a taxa Selic. O comportamento da taxa DI depende diretamente da execução da política monetária por parte do Banco Central do Brasil. Desde meados de 1999, a política monetária brasileira tem sido baseada no regime de metas para a inflação, adotado nos meses seguintes à mudança de regime cambial de janeiro de 1999. A implementação do regime de metas ocorreu em julho de 1999, ampliando a importância da Taxa Selic no processo de estabilidade dos preços. Desse modo, a taxa Selic passou a constituir o principal instrumento de política monetária objeto das reuniões periódicas do Copom (Comitê de Política Monetária) que determina e sinaliza, respectivamente, o patamar e a trajetória futura da taxa básica de juros por meio de atas e relatórios de política monetária.

A mudança do regime cambial, de bandas cambiais para flutuante, ampliou a incerteza sobre a manutenção da estabilidade de preços obtida com o êxito do Plano Real, instaurado em 1994. Com o objetivo de controlar os preços sem a âncora cambial, optou-se por uma âncora monetária com a utilização do regime de metas para a inflação. Desde a implementação do regime, a Taxa Selic vem apresentando tendência gradativamente cadente, a despeito de elevações intermitentes em períodos de aceleração dos preços. Assim, a Taxa DI, que é fortemente correlacionada com a Taxa Selic, vem apresentando o mesmo comportamento.

Considerando o comportamento declinante da taxa DI, verifica-se na literatura que o tratamento para análise e previsão de séries financeiras envolve a aplicação dos tradicionais testes de raiz unitária para identificar a necessidade de se adequar os dados aos pressupostos dos modelos de regressão comumente utilizados, como média e variância invariantes no tempo. Desse modo, estudos de séries econômicas e financeiras como por exemplo Grôppo (2006), Pimenta Junior (2004) e Oreiro et al. (2006), identificam se as séries temporais apresentam raiz unitária e, por meio da diferenciação das séries, geram dados que atendem aos pressupostos clássicos dos modelos de regressão. No entanto, poucas análises se atentam para a chamada “integração fracionária” que consiste no fato de uma série apresentar um grau de integração (I) distinto dos números inteiros. Em outras palavras, a série pode ser não-estacionária e, concomitantemente, não ter raiz unitária inteira, o que implica afirmar que a diferenciação arbitrária da série, que é um procedimento comum neste caso, pode comprometer e acarretar perda do poder preditivo do modelo estimado.

A análise de integração fracionária pode ser realizada por meio do uso de um modelo autorregressivo fracionário integrado de média móvel – ARFIMA, que se constitui como um desdobramento da conhecida metodologia de Box e Jenkins, desenvolvida e amplamente utilizada a partir da década de 1970. A aplicação de modelos ARFIMA permite que se calcule o valor da ordem de integração das séries, que pode assumir valores distintos do grupo do inteiro positivo. Adicionalmente, o modelo permite que se verifique se ocorre a presença de memória longa na variável analisada, ou seja, se seus valores correntes apresentam forte dependência de observações passadas.

Nesse sentido, o objetivo do presente artigo é investigar o grau de integração da série do DI/over no período jul./1999-set./2009 por meio da aplicação de um modelo ARFIMA. Pretende-se assim, detectar se os retornos do DI/over apresentam memória longa e, adicionalmente, construir um modelo de previsão considerando a presença de integração fracionária. O trabalho tem como hipótese o fato de que a taxa apresenta memória longa, o que implica afirmar que os retornos futuros do DI apresentarão forte relação com o atual patamar da taxa. A importância da pesquisa se justifica pela necessidade de se investigar se

aplicações de prazos longos, indexadas ao DI/over, como um certificado de depósito bancário (CDB) de cinco anos por exemplo, continuarão oferecendo retornos semelhantes aos obtidos na atualidade. A delimitação temporal, por sua vez, se justifica pelo funcionamento do regime de metas para a inflação, no período inicial, até o período de tempo com dados disponíveis na elaboração da pesquisa, tendo em vista que o comportamento da Taxa Selic assumiu nova dinâmica na importância do uso da política monetária como instrumento de estabilidade dos preços.

Para tanto, o artigo foi estruturado da seguinte forma: além desta introdução, a seção 2 apresenta a metodologia de estimação do modelo ARFIMA. A seção 3 descreve o processo de formação do DI/over e seu comportamento sob o regime de metas para a inflação. A quarta seção apresenta a análise dos resultados encontrados na estimativa do modelo. Finalmente, na quinta seção, são apresentadas as considerações finais.

2. Metodologia

Os modelos autorregressivos fracionários integrados de média móvel (ARFIMA) (p, d, q) podem ser utilizados para análise de séries univariadas com longa memória e têm como gênese a metodologia de Box-Jenkins, que popularizou os modelos autorregressivos de média móvel (ARMA) e, adicionalmente, os modelos da classe ARIMA, que incluíam o grau de integração da série ($d=0,1,2\dots$). Embora a longa dependência tenha sido abordada inicialmente na área de hidrologia, avançou no estudo de séries econômicas e financeiras principalmente a partir da década de 1980 com os estudos de Granger e Joyeux (1980) e Hosking (1981).

Em linhas gerais, a importância de se analisar a integração fracionária decorre da possibilidade de violação de pressupostos em estimativas econométricas, como a variância e média invariantes com o tempo, associados com as questões relacionadas à cointegração de variáveis. A necessidade de séries com tais características estimulou o desenvolvimento de testes de raiz unitária, que por sua vez apontaram a necessidade de transformar uma série não-estacionária em estacionária, por meio do processo de diferenciação com o uso de um operador de diferenças. A importância de se utilizar séries estacionárias foi amplamente discutida no clássico estudo de Granger e Newbold (1974).

Tradicionalmente, a utilização de modelos ARIMA em séries não estacionárias envolve, regularmente, a diferenciação da série para transformá-la em estacionária. Isso é feito com estimativa do parâmetro $d=1$, por exemplo, caso a série tenha uma raiz unitária. Todavia, a utilização da primeira ou segunda diferença pode ser uma transformação arbitrária além da necessária em uma série, uma vez que a mesma pode ter grau de integração parcial entre 0 e 1. Em outras palavras, a série mostra sinais de estacionariedade ou de não estacionariedade nos testes tradicionais, quando na realidade o grau de integração é fracionário. Mills e Markellos (2008) apresentam o modelo ARFIMA sob a ótica de que pode ocorrer uma super-diferenciação de uma série cujo teste de raiz unitária tenha indicado não-estacionariedade.

O que se verifica, de forma recorrente, é que os tradicionais testes de raiz unitária, como os desenvolvidos por Dickey e Fuller (1979), Phillips e Perron (1988) e Kwiatkowski et al. (1992) possuem algumas limitações na medida em que detectam somente a presença de raízes unitárias inteiras positivas. A detecção de uma raiz unitária numa série temporal implica necessidade de transformação de uma série para que se torne estacionária, já que a não estacionariedade pode gerar estimadores viesados, além de resultar em regressões espúrias, conforme demonstraram Granger e Newbold (1974).

Vale ressaltar, no entanto, que a diferenciação de uma série pode acarretar perda de poder preditivo de um modelo econométrico. A perda pode se acentuar principalmente quando o grau de integração é fracionário, em que o parâmetro d , que é o parâmetro de diferenciação nos modelos da classe ARIMA e ARFIMA, assume valores situados no intervalo entre 0 e 1 ou, em alguns casos, inferiores a zero. Isto ocorre pois a diferenciação inteira pode ser exagerada para séries que apresentam grau fracionário de integração, conforme Mills e Markellos (2008). Assim, a estimativa de um modelo ARFIMA permite a flexibilização do parâmetro d , que ao invés de corresponder a um número positivo inteiro no caso de séries não estacionárias dos modelos da classe ARIMA ou zero no caso de séries estacionárias nos modelos ARMA, pode assumir valores fracionários, inclusive negativos. Assim, e de acordo com Gil-Alana e Toro (2002), Doornik e Ooms (2004), Hosking (1981), a estimativa com consequente análise dos valores do parâmetro caracterizam uma série como sendo de “memória longa” ou “memória curta”.

A integração fracionária tem sido utilizada para análise de persistência e também para aprimorar processos de previsão de séries econômicas e financeiras. Para pesquisas que envolvem séries econômicas brasileiras, a análise da presença de memória longa no processo inflacionário é recorrente e pode ser observado em Fava e Alves (1998), que aparentemente é um estudo pioneiro para o caso brasileiro, além de Figueiredo e Marques (2009), cuja análise incluiu também uma especificação de longa memória na variância condicional. Finalmente, uma análise comparativa da persistência inflacionária brasileira com outros países emergentes foi apresentada por Rebelo, Silva e Lopes (2009).

Já Lima, Góis e Ulises (2007) avaliaram o poder de previsão do comportamento dos preços futuros de commodities agrícolas por meio do uso de modelos ARFIMA. A análise de Lima, Notini e Gomes (2010) aplicou o conceito de memória longa na avaliação da hipótese de convergência entre os estados brasileiros. Um estudo sobre a persistência no desemprego pode ser visto em Silva e Gomes (2009).

A análise do comportamento da inflação dos EUA e do Reino Unido também foi objeto de estudo em modelos ARFIMA, realizado por Doornik e Ooms (2004). A presença de memória longa na taxa de câmbio real de cinco países industrializados foi objeto de estudo de Gil-Alana e Toro (2002). Um estudo detalhado que avaliou o poder preditivo de modelos ARFIMA em séries de bolsas de valores e inúmeras séries macroeconômicas pode ser conferido em Bhardwaj e Swanson (2004) e uma análise específica do comportamento do mercado acionário de Portugal foi realizada por Floros, Jaffry e Lima (2007). Modelos ARFIMA também podem ser aplicados em séries temporais com mudanças de regime markovianas, como fez Morana (2000) para análise do núcleo de inflação na Zona do Euro.

De acordo com Doornik e Ooms (2004), o modelo ARFIMA (p, d, q) para y_t pode ser descrito conforme a equação 1:

$$\Phi(L)(1-L)^d(y_t - \mu_t) = \Theta(L)\varepsilon_t \quad t = 1, \dots, T. \quad (1)$$

Em que:

$\Phi(L) = (1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p) \Rightarrow$ polinômio autorregressivo com operador de diferença L

$\Theta(L) = (1 + \theta_1 L + \dots + \theta_q L^q) \Rightarrow$ polinômio da média móvel com operador de diferença L

p e q = números inteiros

d = número real

$(1 - L)^d$ é o operador de diferença fracionária, definido de acordo com a expansão binomial apresentada na expressão 2:

$$(1 - L)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \delta_j L^j = \sum_{j=0}^{\infty} \binom{d}{j} (-L)^j \quad (2)$$

Assume-se que os erros têm distribuição normal e que μ_t corresponde à média de y_t com a assunção de que o componente ARMA do modelo é inversível e estacionário. Além disso, assume-se que $\Theta(z) = 0$ e $\Phi(z) = 0$ não têm raízes comuns. Com $z_t = y_t - \mu_t$ apresentando integração de ordem d , a notação utilizada é $I(d)$. Ainda de acordo com Doornik e Ooms (2004), as propriedades de z_t dependem do valor de d . As características do processo em conformidade com os valores do parâmetro d são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1

Características da série para distintos valores de integração

Parâmetro d	Processo	Memória	Características
$-0,5 < d < 0$	estacionário	memória intermediária antipersistente	decaimento hiperbólico da função inversa de autocorrelação
$d=0$	estacionário	memória curta	ruído branco
$0 < d < 0,5$	covariância estacionário	memória longa	decaimento hiperbólico da função de autocorrelação
$0,5 \leq d < 1$	não-estacionário	memória longa com reversão à média	variância indefinida
$d \geq 1$	não-estacionário	sem reversão à média	variância infinita

Fonte: Doornik e Ooms (2004), Gil-Alana e Toro (2002) e Frechette e Jin (2004).

Conforme pode ser observado na Tabela 1, o processo pode ser classificado como estacionário, covariância estacionário ou não estacionário. A estacionariedade ocorre na ausência de raiz unitária ($d=0$) ou quando o valor do parâmetro d estimado é negativo e inferior a (-0,5). Neste caso específico a série apresenta memória intermediária ou antipersistência, ou seja, o comportamento da observação no período $t-1$ é mais provável do que o comportamento em t . De acordo com Frechette e Jin (2004), uma série antipersistente tem como característica o fato de ser relativamente mais instável do que uma série aleatória. Existe ainda a possibilidade de que $-1 < d < -0,5$ que é um processo não estacionário e incomum em séries econômicas e financeiras, motivo pelo qual foi suprimido da tabela.

Já um processo covariância estacionário, também denominado de “estacionariedade fraca” apresenta como característica o fato de que a relação de dependência entre as variáveis da série desaparece com o tempo, além do fato de que a média e a variância sejam constantes no tempo. Finalmente, o processo não estacionário pode se dividir em dois grupos: um processo de memória longa com reversão à média e variância indefinida e um processo explosivo sem reversão à média com variância infinita. A necessidade de classificação dos intervalos permite identificar, portanto, se uma série financeira, como o DI/over, apresenta memória longa. Adicionalmente, é importante avaliar corretamente a utilização dos distintos métodos de estimação do parâmetro d de acordo com a série analisada, uma vez que os algoritmos disponíveis não são adequados para todos os casos. Outra questão importante é que a análise da função de autocorrelação da série pode indicar a presença de integração fracionária quando o correlograma apresentar decaimento hiperbólico das autocorrelações.

Assim, é possível estimar um modelo ARFIMA por meio do uso de máxima verossimilhança exata, perfil da verossimilhança modificado, quadrados ordinários não-lineares, valores iniciais, além do método dos mínimos quadrados ordinários não-lineares com imposição de estacionariedade. De acordo com Doornik e Ooms (2004) o método dos quadrados não-lineares permite que se estime o d para processos não-estacionários.

O procedimento para estimativa envolve, inicialmente, a necessidade de se aplicar testes de raiz unitária nas séries com o objetivo de identificar o grau de integração. Como a quase totalidade dos métodos de estimativa de um modelo ARFIMA pressupõem que a série tenha grau de integração fracionária e/ou seja estacionária, Doornik e Ooms (2004) sugerem que se diferencie a série antes do processo de estimação. Se, no entanto, o método utilizado for o de quadrados ordinários não-lineares, não há necessidade de diferenciação das séries, segundo os autores. Para a análise de presença de raiz unitária, entre os vários testes disponíveis, observa-se com frequência na literatura a aplicação do teste de raiz unitária de Dickey-Fuller aumentado (ADF), conforme Dickey e Fuller (1979) e o teste KPSS, conforme apresentado em Kwiatkowski et al. (1992). Enquanto o teste ADF avalia a presença de raiz unitária na série, o teste KPSS considera, como hipótese nula, a estacionariedade da série.

Conforme será demonstrado na seção 4, os testes de raiz unitária aplicados indicaram a presença de raiz unitária, o que corrobora a análise visual da série do DI/over, que sugere presença de não-estacionariedade, conforme a Figura 2. Por esse motivo, a estimativa do parâmetro d será realizada com o uso do método de mínimos quadrados não-lineares, que é o único método possível para processos não-estacionários no pacote econométrico Oxmetrics (2008).

Em conformidade com o apresentado por Doornik e Ooms (2006), a aplicação do método de mínimos quadrados não-lineares maximiza uma função que se relaciona com a variância residual. Definindo e_t como os resíduos da aplicação de um modelo ARFIMA (p, d, q) em $y_t - \mu_t$, a variância residual pode ser escrita como:

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{T-k} \sum_{t=1}^T e_t^2 \quad (3)$$

O método dos mínimos quadrados não-lineares maximiza a função expressa na expressão 4 pelo método Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS), que é utilizado na solução de problemas de maximização não-lineares:

$$f(d, \phi, \theta, \beta) = -\frac{1}{2} \log \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t^2 \right) \quad (4)$$

Um roteiro do algoritmo para a solução do problema foi elaborado por Doornik e Ooms (2006) com base no estudo de Beran (1995) e pode ser executado no módulo PCgive do pacote econométrico Oxmetrics (2008). Um resumo dos possíveis métodos utilizados para a estimativa de um modelo ARFIMA pode ser consultado em Doornik e Hendry (2009).

Com a escolha do método a ser estimado, que se dá com base nos resultados dos testes de raiz unitária, o modelo ARFIMA e, conseqüentemente, o valor de d , pode ser estimado. Na estimativa do parâmetro d , é importante determinar corretamente os valores do componente autorregressivo, Φ , e da média móvel, θ . Na literatura geralmente são estimados modelos que partem de Φ_3 e θ_3 e gradativamente são reduzidos a Φ_0 e θ_0 . O melhor modelo a ser utilizado deve ser selecionado de acordo com o critério de informação de Akaike. A análise do correlograma também pode fornecer subsídios adicionais para a seleção do melhor modelo, mas o critério de informação de Akaike tem sido mais recorrente, conforme se observa em Doornik e Ooms (2004), Gomes (2009) e Gil-Alana e Toro (2002).

2. Análise do comportamento do DI/over no período 1999-2009

A mudança do regime cambial brasileiro, em janeiro de 1999, ampliou a importância da política monetária sobre a economia. A transição de um regime de bandas cambiais (semifixo) para flutuante, analisada sob o arcabouço de um modelo IS-LM-BP com perfeita mobilidade de capitais implica que, a despeito da eficácia da política fiscal no cenário anterior a desvalorização, é a política monetária que ganha potência no regime flutuante. No entanto, a transição também pode implicar custos, como a possibilidade do *pass-through* cambial provocar aceleração dos preços e comprometer a estabilidade econômica.

Para minimizar os custos da transição, a opção implementada pelos formuladores de política econômica consistiu na adoção de uma âncora monetária, expressa sob o modelo de um regime de metas para a inflação, de acordo com Bogdanski, Tombini e Werlang (1999). A partir de então, a política monetária assumiu importante papel no controle da demanda agregada da economia com estabilidade dos preços. Por intermédio de execução e implementação de política monetária semelhante ao do Federal Reserve (FED), Banco da Inglaterra e outros bancos centrais, o Copom (Comitê de Política Monetária) do Banco Central do Brasil determina e sinaliza, respectivamente, o patamar e a trajetória futura da taxa Selic por meio de atas e relatórios de política monetária. A taxa Selic é considerada a taxa básica de juros da economia brasileira, uma vez que indexa e reajusta os títulos públicos, além de ser utilizada em outras operações do Banco Central do Brasil com o sistema financeiro nacional.

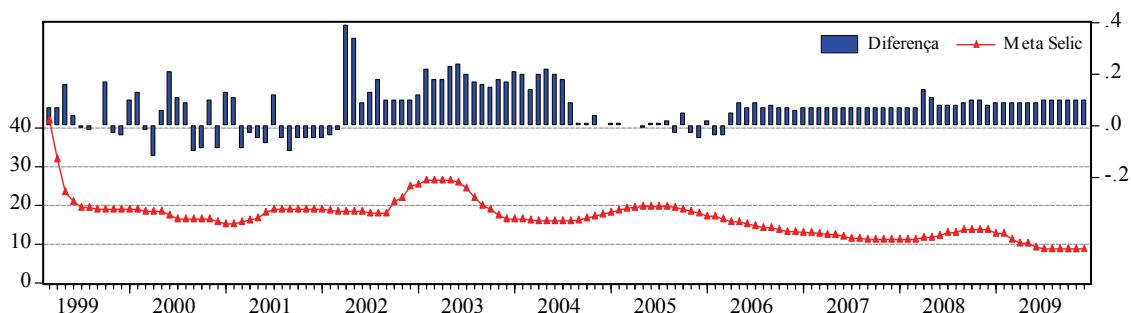


Figura 1. Meta da Taxa Selic e diferença em relação à Selic/over jan./1999- dez.2009

Fonte: Banco Central do Brasil (2010)

Nota: A meta Selic e a Selic/over apresentadas referem-se às taxas vigentes no último dia do mês em questão e estão anualizadas.

No início do funcionamento do regime de metas para a inflação, as reuniões do Copom eram mensais, mas a partir de 2006 as reuniões passaram a ocorrer, em média, num intervalo de 45 dias. As reuniões, realizadas em dois dias seguidos envolvem apresentação e discussão da conjuntura. Após a discussão dos membros do Copom sobre a inflação corrente, o cenário prospectivo da inflação e outras variáveis macroeconômicas, é determinada a meta da Taxa Selic. A partir da definição da meta, a remuneração dos títulos públicos se ajusta com intervenções do Banco Central do Brasil, que se utiliza das operações de open market para manter a taxa Selic diária (over) próxima da meta definida pelo Copom.

Predominantemente, a Selic/over é inferior à meta estipulada pelo Copom, conforme pode ser observado na Figura 1 (eixo esquerdo). É possível perceber que a meta da Taxa Selic vem apresentando uma tendência declinante, a despeito de alguns picos ocorridos em 2002/2003 e 2005, por exemplo. A trajetória e o patamar da meta da Taxa Selic está diretamente relacionado com o alcance da meta para a inflação, de modo que os períodos de alta são coincidentes com a elevação da inflação, decorrente ora de incertezas econômicas e

políticas que afetaram a taxa de câmbio, como em 2003, ora pelo aquecimento da economia com expansão inflacionária da demanda agregada da economia. As barras azuis da Figura 1, com escala do lado direito do gráfico, representam a diferença da Meta Selic para a taxa Selic/over que, conforme mencionado, é geralmente positiva, ou seja, a Selic/over é inferior à meta da taxa Selic. Vale destacar que a diferença entre as taxas é quase nula, uma vez que a escala direita no gráfico direita tem intervalo de -0,2 até 0,4. Desde o fim de 2004 até o fim de 2009 a diferença entre ambas foi de praticamente 0,10 em todo o período.

A análise efetuada até aqui serve como subsídio para a discussão do DI/over, que é derivado da Selic/over. A partir da referência diária da taxa básica de juros que envolve as operações com títulos públicos, o mercado interbancário determina a Taxa DI/over que, salvo raras exceções, é inferior à Taxa Selic/over. A utilização da Taxa DI/over é comum em operações que envolvem os Certificados de Depósito Interbancários (CDI), de acordo com Fortuna (2001). Ainda segundo o autor, os CDI's garantem a distribuição de recursos que eventualmente atenda as demandas das instituições por meio de uma operação rápida, segura e sem taxa e estabelecem o parâmetro para operações de empréstimo de curto prazo.

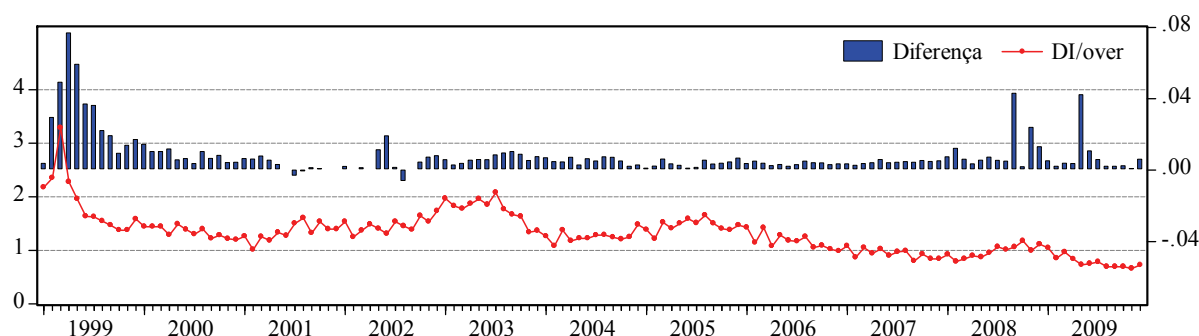


Figura 2. DI-over e diferença em relação à Selic/over no período jan./1999- dez.2009

Fonte: Macrodados (2010) e Banco Central do Brasil (2010)

Nota: Taxas ao mês

Da mesma forma que na análise da diferença entre a Meta Selic e a Selic/over pode ser verificado, conforme mostra a Figura 2, que o Di/over apresenta valores próximos da Selic/over. A linha vermelha representa o DI/Over ao mês e está representado no eixo esquerdo. Já a diferença entre a Selic/over e o DI/over pode ser observada nas barras azuis, com escala do lado esquerdo do gráfico. Em praticamente todo o período, com exceção de duas observações, o DI/over foi discretamente inferior a Selic/over. Isto significa que, em última instância, o Di/over é determinado indiretamente pelo Banco Central do Brasil no processo de execução da política monetária que determina a Meta Selic. Assim, em cenário de elevação dos preços, ocorre uma alta do DI/over. No entanto, e como pode ser observado na Figura 2, a diferença pode aumentar, como em 2008 e 2009, por exemplo. Ainda assim, a diferença entre as taxas atingiu no máximo 0,05% desde 2000, e de forma pontual devido aos efeitos da crise no mercado estadunidense sobre a atuação do Banco Central do Brasil e sobre a reação do sistema financeiro nacional.

Efetivamente, a despeito da análise até o momento ter sido efetuada desde janeiro de 1999, que foi o mês da mudança do regime cambial brasileiro, o presente estudo contempla a análise do comportamento do DI/over desde julho de 1999 até setembro de 2009. O início do período se justifica pela efetiva implementação do regime de metas para a inflação no Brasil, que passou a direcionar as ações de política monetária, principalmente com relação aos níveis da Meta Selic. Desse modo, a próxima seção apresentará o resultado da estimativa com o uso do modelo ARFIMA apresentado na seção anterior.

4. Resultados

Os resultados dos procedimentos para a estimativa de um modelo ARFIMA são apresentados nesta seção. Inicialmente, vale destacar que o período da estimativa teve início em julho de 1999 e fim em setembro de 2009. Assim, a Figura 3 apresenta um conjunto de gráficos que demonstra o comportamento do DI/over (série em nível) seguido de gráficos da série em primeira e segunda diferenças (na primeira linha dos gráficos). O objetivo é demonstrar o comportamento de série temporal do DI conforme aumenta valor do parâmetro d . É possível perceber que, tanto na primeira, quanto na segunda diferença, ocorre oscilação em torno da média zero. No entanto, nota-se um aumento da variância decorrente do aumento do grau de diferenciação da série, o que geralmente dificulta o processo de ajuste do modelo.

Já no segundo bloco de gráficos da Figura 3 é possível visualizar a série do DI/over com diferenciação fracionária. Foram considerados dois valores hipotéticos do parâmetro de diferenciação ($d=0,25$ e $d=0,75$), além do parâmetro $d=0,502131$, que será explicado adiante. O objetivo foi demonstrar o que ocorre com a série no processo de diferenciação fracionária. É possível perceber que a série temporal diferenciada se assemelha à série original quanto mais próximo de zero for o grau de diferenciação. Em contrapartida, quanto mais próximo de um, as características da série original são menos recorrentes na série diferenciada. É notável a diferença na série em que o parâmetro $d=0,25$ comparativamente à série em que o parâmetro $d=0,75$.

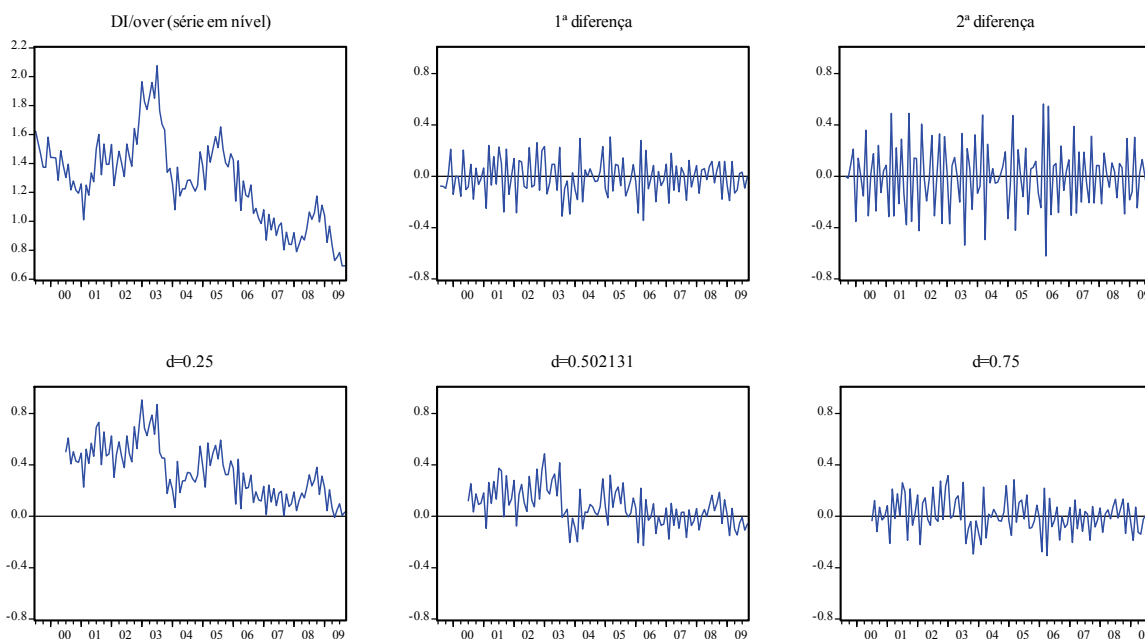


Figura 3 –DI/over – série em nível e com $d=(1), (2), (0,25), (0,502131)$ e $(0,75)$

Fonte: Software econométrico Stata com uso da rotina desenvolvida por Baum (2006)

Vale ressaltar que, apesar da rotina desenvolvida por Doornik e Ooms (2006) para se estimar o parâmetro d no módulo PCGive do pacote econométrico Oxmetrics, o processo de diferenciação fracionária de uma série somente é possível com o uso de outra rotina, denominada *fracdiff*, desenvolvida por Baum (2006), que é executada no software econométrico Stata (2007). Conforme Baum (2006), o processo de diferenciação fracionário

exige que sejam utilizadas as doze observações iniciais da série como “valores iniciais”, já que a transformação envolve a aplicação de uma ordem infinita de distribuição de defasagens.

Já no correlograma da série, apresentado na Figura 4, é possível observar que as autocorrelações do DI/over apresentam decaimento lento. A significância estatística das autocorrelações (barras azuis) ocorre até a 12ª defasagem (área sombreada) com escala no eixo esquerdo do gráfico, o que sugere a presença de memória longa na série. No mesmo sentido, as autocorrelações parciais, representadas no eixo direito, se alternam entre a seção positiva e negativa, o que sugere reversão à média. Além disso, o fato de apenas as defasagens 1, 2 e 4 serem estatisticamente diferentes de zero na função de autocorrelação parcial (PACF) sugere que um componente de média móvel igual a zero (θ_0).

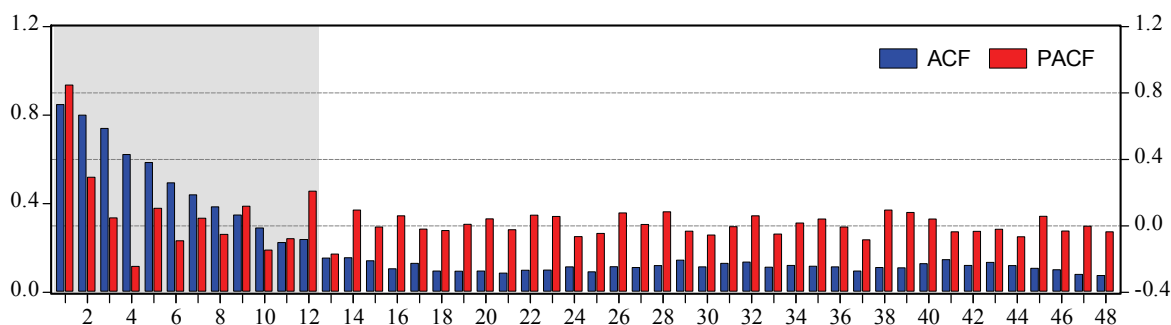


Figura 4 – Autocorrelações e Autocorrelações parciais do DI/over

Fonte: Elaboração própria com base nos cálculos efetuados no pacote econométrico Eviews 6.0.

Na sequência foram realizados dois testes de raiz unitária com o objetivo de identificar estacionariedade nas séries e determinar o melhor método de estimativa do modelo ARFIMA: o teste ADF e o teste KPSS, conforme mencionado anteriormente. A realização do teste, para a série em nível, foi realizado com intercepto e partiu do pressuposto de que a série tem tendência. A partir dos resultados da regressão foram avaliadas a significância estatística da constante e da tendência com o objetivo de identificar se o teste deveria ser realizado com constante e/ou tendência. Dessa forma, os testes foram realizados com constante e tendência para a série em nível.

Tabela 2

Teste de Raiz Unitária – DI/over no período jul./1999 – set./2009

Teste	Variável	Defasagens/ADF Banda/KPSS	Constante	Tendência	Estatística do teste	Valor Crítico 10%	Valor Crítico 5%	Valor Crítico 1%
ADF	DI/over	3	sim	Sim	-2.472242	-4.034997	-3.447072	-3.148578
ADF	∇DI/over	2	não	Não	-5.719928	-2.584055	-1.943471	-1.614984
KPSS	DI/over	9	sim	Sim	0.193592	0.119000	0.146000	0.216000
KPSS	∇DI/over	2	não	Não	0.128304	0.347000	0.463000	0.739000

Fonte: Elaboração própria com base nos cálculos efetuados no pacote econométrico Eviews 6.0.

Notas: Valores críticos gerados pelo pacote econométrico citado.

Conforme pode ser constatado na Tabela 2, a estatística do teste ADF em nível não rejeita a hipótese nula de presença de raiz unitária. O teste KPSS corroborou os resultados do teste ADF, uma vez que a estatística do teste leva a conclusão de rejeição da hipótese nula de estacionariedade para a série em nível. Com relação à primeira diferença da série, os resultados do teste ADF levou a rejeição da hipótese nula de presença de raiz unitária enquanto no teste KPSS não foi possível rejeitar a hipótese nula de estacionariedade da série.

Para a série em primeira diferença, a significância estatística dos coeficientes da regressão indicou que tanto o intercepto quanto a tendência não tinham significância estatística, o que justificou a execução do teste sem constante e sem tendência. Foi justamente a detecção de não-estacionariedade na série pelos dois testes que motivou a estimativa do modelo ARFIMA por mínimos quadrados não-lineares.

A seleção do melhor modelo foi possível por meio de estimativas de dezesseis modelos distintos, com distintas combinações de componentes autorregressivos com médias móveis. Assim, iniciou-se com um modelo ARFIMA $(p, d, q) = (3, d, 3)$ e os componentes Φ e θ foram gradativamente reduzidos até zero. O critério de informação de Akaike (AIC) indicou o modelo $(p, d, q) = (3, d, 0)$, conforme apresenta a Tabela 3. A seleção do melhor modelo é fundamental na estimativa do parâmetro d .

Tabela 3

Valores do critério AIC para determinação do modelo ótimo

	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3
Φ_0	-145.653470	-154.885714	-171.862647	-171.771622
Φ_1	-160.394454	-161.338981	-173.312440	-174.750231
Φ_2	-158.526550	-162.685229	-170.446081	-174.560565
Φ_3	-179.866114	-177.889967	-176.292419	-176.666641

Fonte: Pacote econométrico Oxmetrics

Os coeficientes do modelo estimado estão representados na Tabela 4. Efetivamente, o melhor modelo de acordo com o critério de Akaike foi $(p, d, q) = (3, 0.62, 0)$, o que permite afirmar que a série do DI/over apresenta integração fracionária. Neste caso, a primeira diferença da série constituiria uma transformação além da necessária para estimativas econométricas. Adicionalmente, o valor do parâmetro d caracteriza a série como não-estacionária, de longa memória e com reversão à média. Diante disso, é possível inferir que os valores futuros do DI/over serão próximos aos valores atuais, mesmo que a série tenha uma tendência declinante.

Tabela 4

Parâmetros do modelo ARFIMA estimado

Parâmetros	d	Φ_1	Φ_2	Φ_3	constante
Coefficiente	0.617342	-0.202427	0.294225	0.480416	0.861106
Erro padrão	0.1734	0.1616	0.1149	0.07995	0.5114
Estatística t	3.56	-1.25	2.56	6.01	1.68
P-valor	0.001	0.213	0.012	0.000	0.095

Fonte: Pacote econométrico Oxmetrics

Notas: Resultados do teste realizado sobre resíduos indicaram hipótese nula de normalidade e ausência de efeito ARCH.

Outra questão que merece destaque na análise é a rejeição da hipótese nula do coeficiente Φ_1 , que apresenta p-valor de 0,213 e da constante em termos de 5% de significância, já que apresentou um p-valor de 0,095 no ARFIMA estimado. Assim, foi implementada uma restrição linear conjunta nos dois coeficientes, e em nível de 5% de significância o teste de restrição corroborou a estatística t , ou seja, com a eliminação da constante e do componente Φ_1 , um novo modelo foi estimado. Os resultados estão sumarizados na Tabela 5.

Tabela 5

Parâmetros do modelo ARFIMA estimado com restrições sobre Φ_1 e constante

Parâmetros	d	Φ_2	Φ_3
Coefficiente	0.502131	0.378599	0.443405
Erro padrão	0.07716	0.07203	0.06018
t	6.51	5.26	7.37
P-valor	0.000	0.000	0.000

Fonte: Pacote econométrico Oxmetrics

Notas: Resultados do teste realizado sobre resíduos indicaram hipótese nula de normalidade e ausência de efeito ARCH.

Após a imposição da restrição linear conjunta, a estimativa do valor do parâmetro d caiu para 0,502131, o que ainda caracteriza a série como não-estacionária, de longa memória e com reversão à média. Conforme será demonstrado adiante, a utilização do critério de seleção de Akaike com a imposição de restrições lineares sobre os coeficientes resultaram num modelo que, para a variável em questão e sob o período analisado, apresentou um poder preditivo significativo e aderente à realidade.

Antes, no entanto, vale destacar na Figura 5, a série do DI/over efetiva (linha vermelha) e o ajuste proporcionado pelo modelo (linha azul). É possível perceber que o ajuste captura as mudanças frequentes na trajetória da série nos períodos de reversão à média. Frequentemente, os valores da série efetiva e ajustada convergem e cruzam o mesmo valor. Adicionalmente, a série do DI/over com $d=0,502131$ foi plotada na Figura 3, em um conjunto de gráficos que teve o objetivo de demonstrar as características da série sob distintos graus de integração. Conforme pode ser constatado na Figura 3, a primeira diferença da série, que é um procedimento comum em pesquisas de finanças, resultaria no problema da super-diferenciação apontado por Mills e Markellos (2008).

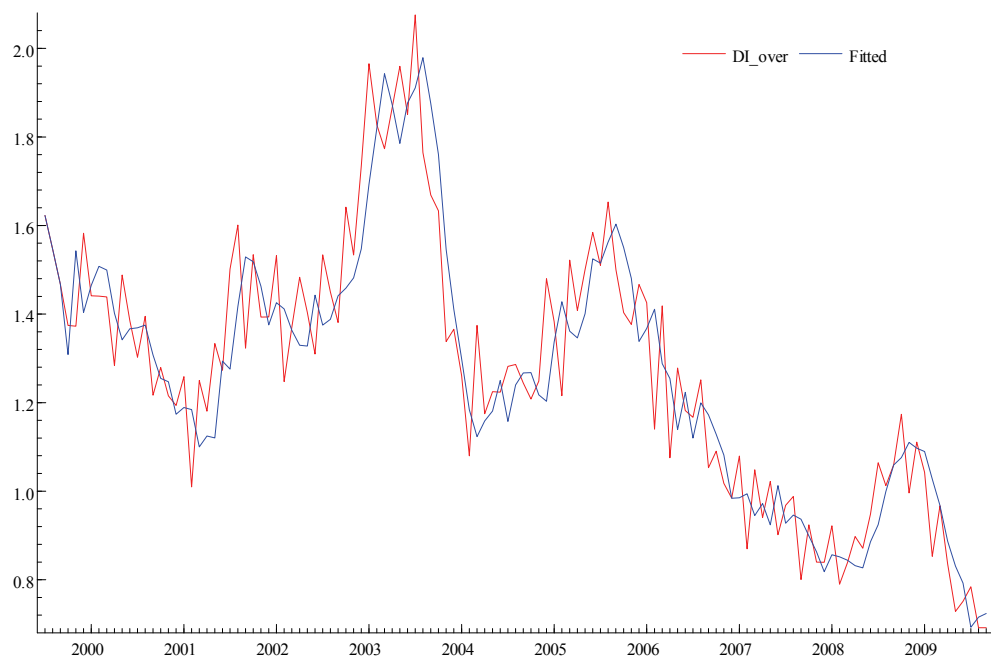


Figura 5 – Modelo DI/over (Ajustado e efetivo)

Fonte: Pacote econométrico Oxmetrics

Uma vez que foi identificada a presença de memória longa na série do DI/over, cabe uma análise do potencial preditivo do modelo ARFIMA. Ainda que no período de conclusão da pesquisa houvesse dados disponíveis até dezembro de 2009 foi estimado um modelo até setembro de 2009, com as três últimas informações disponíveis do ano intencionalmente omitidas. O objetivo de restringir a estimativa foi justamente o de confrontar a previsão com o que de fato ocorreu, mas sem incorporar no modelo as observações que seriam previstas. Em outras palavras, dados existentes no período da pesquisa foram omitidos justamente para testar se o modelo seria capaz de obter aproximações dos valores efetivamente ocorridos na série nos meses de outubro, novembro e dezembro de 2009. A Figura 5 mostra a série efetiva e ajustada até setembro de 2009.

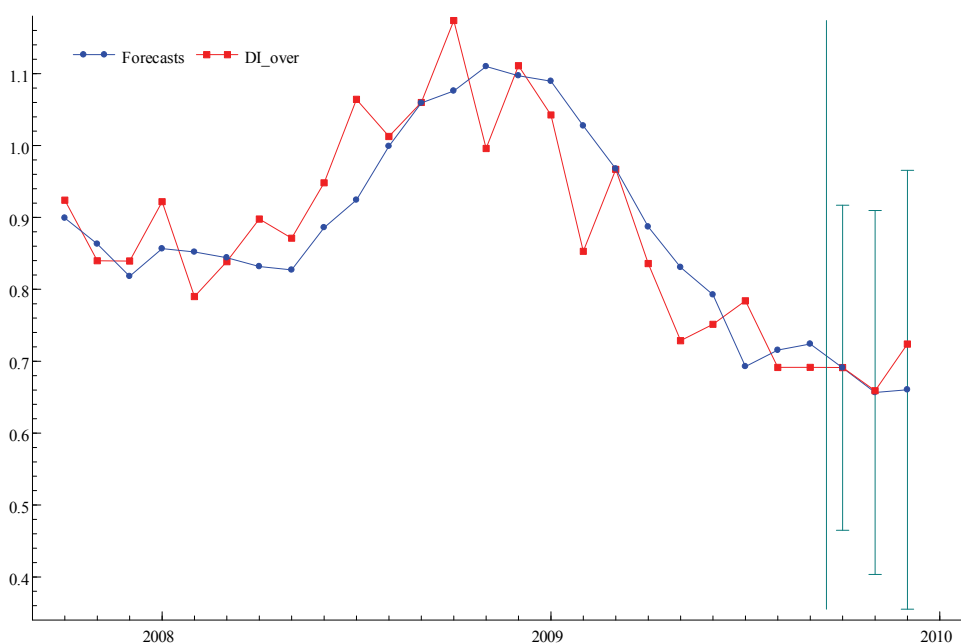


Figura 6 – Modelo DI/over (ajustado e efetivo) com previsão de 3 períodos

Fonte: Pacote econométrico Oxmetrics

Conforme pode ser constatado na Figura 6, os resultados do modelo ARFIMA estimado indicam forte capacidade preditiva. A linha vermelha representa a série do DI/over efetivo, que, na estimativa, foi incluído até setembro de 2009. A linha vermelha representa o ajuste obtido pelo método ARFIMA acrescido de três observações futuras (outubro, novembro e dezembro de 2010). Como é possível observar, há um elevado grau de precisão no acerto das estimativas, o que é característico deste tipo de modelagem. Resultado semelhante, em termos de elevado grau de precisão da estimativa pode ser verificado em Doornik e Ooms (2004).

Tabela 6

Valores do DI/over (efetivo, previsto e diferença)

<i>Mês</i>	<i>Efetivo</i>	<i>Previsto</i>	<i>Diferença</i>
Outubro	0.6912	0.6909	0.0003
Novembro	0.6590	0.6565	0.0025
Dezembro	0.7239	0.6604	0.0635

Fonte: Pacote econométrico Oxmetrics

Já na previsão de dezembro, o valor previsto foi discretamente inferior ao ocorrido, ainda que sob o intervalo de confiança. A diferença pode ser observada na Tabela 6, que apresenta os valores efetivo, previsto e a diferença entre os dois. Mesmo assim, a previsão de dezembro capturou a elevação no DI/over, que foi o que de fato ocorreu na série efetiva, mas de uma forma mais intensa.

5. Considerações Finais

O presente artigo teve como objetivo analisar a possibilidade de presença de integração fracionária na série mensal do DI/over de julho de 1999 a setembro de 2009, com a aplicação de um modelo ARFIMA, bem como construir um modelo de previsão considerando a presença de integração fracionária. Para tanto, foi aplicado um filtro na série com o objetivo de se detectar o grau fracionário de integração. A aplicação de modelos que avaliam a presença de integração fracionária vem se ampliando na literatura em finanças, tendo em vista que o procedimento recorrente de se diferenciar uma série não estacionária pode implicar perda de poder preditivo decorrente de um “excesso” no processo de diferenciação. Adicionalmente, foi realizada uma revisão da literatura sobre aplicações com modelos ARFIMA e características possíveis presentes em séries não-estacionárias.

Especificamente em relação ao DI/over, o filtro aplicado comprovou que a série mensal apresenta, de fato, grau de integração fracionário e presença de memória longa, o que confirmou a hipótese inicialmente formulada para esta pesquisa. Outra característica importante que pode ser mencionada em relação à série é que, a despeito de uma tendência declinante ao longo do tempo, a série do DI/over apresenta reversão à média. Isto pode ser considerado particularmente importante para influenciar a tomada de decisão dos investidores em aplicações de prazos longos, pois um período de forte queda do DI/over antecede, pelos resultados encontrados, um cenário de elevação do indexador. Em outras palavras, uma aplicação pós-fixada de 5 anos por exemplo, deve remunerar melhor o investidor caso o valor do DI/over esteja em patamares historicamente baixos. Em contrapartida, períodos de elevação do indexador antecedem um período de queda, o que pode permitir ganhos significativos em operações prefixadas.

A utilização de um modelo ARFIMA para fins de previsão também mostrou resultados satisfatórios, o que se constitui como uma característica comum na literatura. Ao permitir “precisão” no processo de diferenciação necessária da série com o objetivo de torná-la estacionária, o poder preditivo do modelo se amplia, o que corresponde ao menor desvio dos resultados previstos com a realidade. Nesse sentido, é possível afirmar que séries diferenciadas de forma fracionária guardam, em termos relativos, mais informações do que séries que são transformadas, de forma indiscriminada em muitos casos, pelo uso da primeira diferença.

Desse modo, torna-se importante investigar o resultado de outros modelos econométricos com o uso da diferenciação fracionária. Uma opção interessante, por exemplo, é a avaliação da necessidade de diferenciar, de forma fracionária, séries não estacionárias que são estimadas com o uso de modelo de vetores autorregressivos (modelo VAR). É bem provável que o processo de diferenciação fracionária amplie o poder preditivo do modelo e reduza os desvios das estimativas em relação aos dados efetivos. Assim, pela relevância das possibilidades de resultados, incluem-se tais questões como tópicos relevantes na agenda de pesquisas futuras.

6. Bibliografia

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Sistema gerenciador de séries temporais**. Disponível em <<http://www.bcb.gov.br>> Acesso em: 15 abr. 2010.

BAUM, C. Fracdiff: Stata module to generate fractionally-differenced time series. **Statistical Software Components S413901**, Boston College Department of Economics, mar. 2006.

BERAN, J. Maximum Likelihood Estimation of the Differencing Parameter for Invertible Short and Long Memory Autoregressive Integrated Moving Average Models. **Journal of the Royal Statistical Society**, 57(4), p. 659-672, 1994.

BHARDWAJ, G; SWANSON, N. An empirical investigation of the usefulness of ARFIMA models for predicting macroeconomic and financial time series. **Journal of Econometrics**, p. 539-578, 2006.

BOGDANSKI, J.; TOMBINI, A.; WERLANG, S. Implementing inflation targeting in Brazil. **Banco Central do Brasil Working Paper Series**, Brasília, n. 1, jul. 1999.

DOORNIK, J. A.; HENDRY, D. **Econometric Modelling**: PcGive 13. Timberlake Consultants, 2009. 196 p.

DICKEY, D; FULLER, W. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. **Journal of the American Statistical Association**, Alexandria, n. 74, p. 427-31, jun. 1979.

DOORNIK, J. A.; OOMS, M. Inference and Forecasting for ARFIMA Models, With an Application to US and UK Inflation. **Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics**, 8(2), p. 1-23, 2004.

DOORNIK, J. A.; OOMS, M. A Package for estimating, forecasting and simulating Arfima models: Arfima package 1.04 for Ox. **Nuffield College Discussion Paper**, Amsterdã, p.1-30, out. 2006.

EIEWS. Econometric Views for Windows, Versão 6.0. **(QMS) Quantitative Micro Software**. Irvine-Califórnia. 2007.

FAVA, V. L.; ALVES, D. Longa persistência nas taxas de inflação. **Revista de Econometria**, 18 (2), p. 245-64, nov. 1998.

FIGUEIREDO, E. A. MARQUES, A. Inflação inercial como um processo de longa memória: análise a partir de um modelo Arfima-Figarch. **Estudos Econômicos**, 39(2), p. 437-458, abr.-jun.2009.

FLOSOS, C. SHABBAR, J.; LIMA, G. Long memory in the portuguese stock market. **Studies in Economics and Finance**, 24(3), p. 220-232, 2007.

GIL-ALANA, L. A.; TORO, J. Estimation and testing of ARFIMA models in the real exchange rate. **International Journal of Finance & Economics**, 7 (4), p. 279-92, out. 2002.

GRANGER, C. W. J. Long Memory Relationships and the Aggregation of Dynamic Models. **Journal of Econometrics**, 14(2), p. 227-38, out.1980.

GRANGER, C. W. J.; JOYEUX, R. An Introduction to Long Memory Time Series and Fractional Differencing. **Journal of Time Series Analysis**, 1, (1), p. 15-29, jan.1980.

GRANGER, C.W.J.; NEWBOLD, P. Spurious Regressions in Econometrics. **Journal of Econometrics**, North-Holland, 2, p. 111-20, 1974.

- GRÔPPO, G. S. Relação dinâmica entre Ibovespa e variáveis de política monetária. **RAE – Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 46, edição especial, p.72-85, nov.-dez. 2006.
- HAMILTON, J. **Time Series Analysis**, Princeton University Press, 1994. 799 p.
- HOSKING, J. R. M. Fractional Differencing. **Biometrika**, 68(1), p. 165-176, 1981.
- HOSKING, J. R. M. Modeling Persistence in Hydrological Time Series Using Fractional Differencing. **Water Resources Research**, 20 (12), p. 1898-1908, out.1984.
- JIN, H; FRECHETTE, D. Fractional Integration in agricultural futures price volatilities. **American Journal of Agricultural Economics**, 86(2), p. 432-443, maio 2004.
- KWIATKOWSKI, D.; PHILLIPS, P. C. B.; SCHMIDT, P.; SHIN, Y. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: how sure are we that economic time series are non-stationary ? **Journal of Econometrics**, 54, p. 159-178, out.-dez. 1992.
- LIMA, R; GÓIS, M.; ULISES, C. Previsão de preços futuros de commodities agrícolas com diferenciações inteira e fracionária, e erros heteroscedásticos. **Revista de Economia Rural**, 45(3), p. 621-644, jul/set. ago. 2007.
- LIMA, L. R.; NOTINI, H. H.; GOMES, F. A. R. Empirical evidence on convergence across brazilian states. **Revista Brasileira de Economia**, 64(2), p. 135-160, abr./jun. 2010.
- MILLS, T.; MARKELLOS, R. **The econometric modelling of financial time series**, Cambridge University Press, 2008. 456 p.
- MACRODADOS. **Base de dados**. Acesso em: 10 mar. 2009.
- MORANA, B. Measuring core inflation in the Euro Area. **European Central bank Working paper 36**, p.1-53, nov. 2000.
- OLBERMANN, B. Estimacão em classe de processos estocásticos com decaimento hiperbólico da função de autocorrelação. **Tese de Doutorado (Matemática)**, UFRGS, 2002.
- OREIRO, J.; PAULA, L.; SILVA, G.; ONO, F. Determinantes macroeconômicos do spread bancário no Brasil: teoria e evidência recente. **Economia Aplicada**, São Paulo, 10(4): 609-34, out.-dez. 2006.
- OXMETRICS. Oxmetrics, Versão 5.1. **Timberlake Consultants**. 2008.
- PHILLIPS, P. C. B.; PERRON, P. Testing for a Unit Root in Time Series Regression. **Biometrika**, 75(2), p. 335-346, 1988.
- REBELO, A. M.; SILVA, C. G.; LOPES, D. T. Persistência inflacionária: comparações entre o caso brasileiro e outros países emergentes. In: ANPEC, 37., 2009, Foz do Iguaçu. **Anais... . Foz do Iguaçu**, 2009.
- STATA. Stata for windows, Versão 10.0. **StataCorp LP**. 2007.