Value at Risk aplicado nos maiores mercados de capitais do mundo: uma análise comparativa de modelos de volatilidade

Autoria: Luiz Eduardo Gaio, Tabajara Pimenta Júnior

Resumo

Durante os últimos anos, tem havido muitas mudanças na maneira como as instituições financeiras avaliam o risco. As regulações têm tido um papel muito importante no desenvolvimento das técnicas de medição do risco. Em sua essência, o VaR visa estimar as perdas máximas possíveis por um investidor dentro de um intervalo de probabilidade.Ele se tornou um dos mais importantes mecanismos de mensuração utilizados por diversos tipos de instituições, incluindo bancos, gestores de risco e administradores de carteiras. O bom gerenciamento das oscilações do mercado deixa de ser uma preocupação somente das instituições financeiras e passou a fazer parte das análises dos investidores que buscam segurança e proteção contra quedas repentinas de preços.Diante das diversidades de técnicas de estimação e análise de risco utilizadas pelas bolsas de valores e de futuros, nacionais e internacionais, bem como as *Clearings* de controle de risco, este estudo propôs uma análise comparativo de modelos de volatilidade para o cálculo do *Value-at-Risk* (VaR) aplicados aos principais índices de ações do mercado financeiro internacional. Utilizou-se os modelos de volatilidade condicional da família ARCH levando em consideração a presença de longa dependência em seus retornos (memória longa) e assimetria na volatilidade. Em específico, utilizaram-se os modelos GARCH, EGARCH, APARCH, FIGARCH, FIEGARCH, FIAPARCH e HYGARCH estimados a parir de quatro diferentes distribuições, Normal, t-*Student*, G.E.D. e t-*Student* Assimétrica. Analisaram-se os índices dos principais mercados de ações do mundo, sendo: Dow Jones, S&P 500, Nasdaq, Ibovespa, FTSE e Nikkei 225. Testou-se também a capacidade preditiva do modelo *Riskmetrics* desenvolvido pelo J.P. Morgan para o calculo do VaR, comparado com os modelos de volatilidade. Os resultados obtidos no estudo sugerem que o pacote desenvolvido pelo J.P.Morgan não se aplica adequadamente à realidade do mercado acionário mundial, como ferramenta de gestão e controle do risco das oscilações dos preços das ações de empresas negociadas nas bolsas de Nova Iorque, Nasdaq, BM&FBOVESPA, bolsa de Londres e bolsa de Tóquio. Os modelos que consideram o efeito de memória longa na volatilidade condicional dos retornos dos índices do mercado de capitais mundial, em especial o modelo FIAPARCH (1,d,1), foram os que obtiveram melhor ajuste e desempenho preditivo do risco de mercado (*Value-at-Risk)*, conforme valores apresentados pelo teste de razão de falha proposto por Kupiec (1995).

1 INTRODUÇÃO

Durante os últimos anos, o modo como as instituições financeiras avaliam seus riscos vem sofrendo grandes mudanças. Estudos sobre análise de risco de mercado têm sido um dos principais focos de pesquisas relacionadas ao mercado de capitais, e dentre elas o *Value-at-Risk* (VaR) vem ganhando grande destaque no mundo acadêmico.

Em sua essência, o VaR visa estimar as perdas máximas possíveis por um investidor dentro de um intervalo de probabilidade.Ele se tornou um dos mais importantes mecanismos de mensuração utilizados por diversos tipos de instituições, incluindo bancos, gestores de risco e administradores de carteiras. O bom gerenciamento das oscilações do mercado deixa de ser uma preocupação somente das instituições financeiras e passou a fazer parte das análises dos investidores que buscam segurança e proteção contra quedas repentinas de preços.

Diante da necessidade de desenvolver ferramentas consistentes e de fácil manipulação de gerenciamento de risco o grupo J.P. Morgan desenvolveu em 1994 o modelo *Riskmetrics* para mensuração do VaR de um mercado.

Segundo Dowd (1998), o *Riskmetrics* teve origem por iniciativa do ex-presidente do conselho de administração do banco norte americano J.P. Morgan, Dennis Weatherstone, que solicitou aos seus funcionários que elaborassem um relatório diário contendo um valor referente à exposição que o banco estava sofrendo ao risco de mercado em todas suas aplicações. Esse relatório deveria ser entregue todos os dias pontualmente às 4 horas e 15 minutos da tarde, após o fechamento do mercado.

Após iniciativas do J.P. Morgan, pesquisadores de econometria financeira tentaram desenvolver diversos modelos de mensuração e cálculo do risco de mercado que superaram a capacidade preditiva do *Riskmetrics*. Dentre as várias linhas de pesquisa, estudos de risco de mercado adentraram o campo da estatística com a Teoria dos Valores de Extremos, trabalharam com modelos de volatilidade condicional da Economia, abordaram aspectos do fenômeno da memória longa em séries temporais, provindos das teorias físicas, trabalharam com simulações computacionais e testes de stress, dentre outros. No entanto, até o presente momento não existe ainda uma teoria, ou técnica unificada que consiga dominar o problema da mensuração dos riscos provindos das oscilações dos mercados internacionais, de forma simples, rápida e parcimoniosa.

Grande parte dos estudos tem se concentrado em estimar o VaR a partir de métodos de regressão pela modelagem da volatilidade condicional, geralmente utilizando os modelos com Heteroscedasticidade Condicional Autoregressiva, popularmente conhecido como modelos da família ARCH, inicialmente desenvolvido por Engle (1982), como é o caso dos estudos de Christoffersen, Hahn e Inoue (2001), Lee e Saltoglu (2002), Giot e Laurent (2003a), Giot e Laurent (2003b), Giot e Laurent (2004), Huang e Lin (2004), Angelidis, Benos e Degiannakis (2004), So e Yu (2006), Tang e Shieh (2006), Wu e Shieh (2007) e Niguez (2008). Tais modelos tem tido grande apelo acadêmico devido à forma de estimação eficiente, boa capacidade preditiva e parcimonialidade. No entanto, à medida que as ciências estatísticas vêm se desenvolvendo, diversos novos modelos de volatilidade condicional vêm surgindo, principalmente os modelos derivados da família ARCH. Este fato é um apelo a estudos comparativos da efetividade destes novos modelos aplicados a gestão de risco de mercado.

Este estudo visa responder a seguinte questão: dentre diversos modelos de volatilidade condicional existentes atualmente, qual o que melhor se aplica à realidade dos mercados de capitais do mundo para se estimar o *Value-at-Risk*?

Diante das diversidades de técnicas de estimação e análise de risco utilizados pelas bolsas de valores nacionais e internacionais, bem como as *Clearings House* de controle de risco, o objetivo do estudo é realizar uma análise comparativa de modelos de volatilidade condicional para o cálculo do *Value-at-Risk* (VaR) para os principais mercados de capitais do mundo, levando em consideração a presença de longa dependência em seus retornos (efeito de memória longa).

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Gestão de Risco

O termo risco pode ser encontrado com diversas definições na literatura de economia e finanças. Para Best (1998: p. 2), "o risco só tem um sentido verdadeiro à medida que resulta em perdas financeiras, quer direta, quer indiretamente. As instituições financeiras enfrentam muitos riscos, que podem, se não for controlada, dar origem a riscos financeiros."

Jorion (1997) comenta que as organizações estão expostas a três tipos gerais de risco. O risco de negócio, aqueles que as organizações assumem visando adquirir uma vantagem competitiva e criar valor aos acionistas, este risco está vinculado às questões de inovação tecnológica, *design* do produto e marketing. O risco estratégico, geralmente influenciado pelas mudanças no ambiente econômico mundial. O risco financeiro, relacionados as perdas do mercado financeiro.

De acordo com Jorion (1997), para avaliar o *Value-at-Risk* é necessário que se tenha um completo conhecimento estatístico das distribuições dos dados. A identificação do comportamento da série em que se está manipulando é o que define qual a metodologia a ser trabalhada para aquele tipo de distribuição.

Pela representação matemática, considerando W_0 o valor inicial de uma carteira de investimento e R_t seu respectivo retorno, o valor esperado da carteira no final do período será:

$$W_t = W_0(1 + R_t) \tag{1}$$

Como o interesse é descobrir o valor menor da carteira associado ao nível de confiança dado por (1-c)%, onde *c* é o nível de erro aceitável, a taxa de retorno R_t^* resultante neste menor valor da carteira, W_t^* pode ser dado por:

$$W_t^* = W_0(1 + R_t^*) \tag{2}$$

Considerando o retorno esperado por μ, obtém-se a estimativa do VaR em relação à média:

$$VaR = W_0(1 + \mu) - W_0(1 + R_t^*) \tag{3}$$

Simplificando a equação tem-se:

$$VaR = -W_0(R_t^* - \mu) \tag{4}$$

A idéia principal na obtenção de uma estimativa concisa do VaR reside na capacidade e possibilidade de mensurar com precisão o retorno R_t^* associada ao valor da carteira W_t^*. Neste sentido, para esta estimação é necessário o conhecimento da distribuição de probabilidade dos retornos.

É comum que, nas aplicações práticas do mercado financeiro, a assunção de que os retornos têm uma distribuição normal. Porém, no meio acadêmico já se consideram outros tipos de distribuição, como é o caso da t-*Student,* t-*Student* Assimetrico e GED (*Generalized Erros Distribution*).

Para fácil visualização, considerando o quantil Z* da distribuição normal, para o qual a probabilidade *c* se situa à sua esquerda, pode ser ajustado numa distribuição com média μ e desvio padrão σ, para obter o retorno crítico R_t^*:

$$R_t^* = -Z^*\sigma + \mu \tag{5}$$

Substituindo-se o valor por R_t^* na expressão (5) obtêm-se o *Value-at-Risk* paramétrico-normal dado por $VaR = W_o Z * \sigma$. Assumindo-se que os retornos seguem um comportamento independente e identicamente distribuído (i.i.d.) com distribuição normal, o VaR é estimado apenas pela multiplicação do desvio padrão da carteira, por um fator relativo ao nível de confiança.

A probabilidade adicional deverá ser captada pelas caudas, admitindo-se que os momentos da distribuição, em específico a variância, oscilam ao longo do tempo. O uso de um modelo de distribuição condicional para extrair esta variação temporal da volatilidade pode ser ajustado na estimação do VaR. Os modelos da família ARCH (*Autoregressive Conditional Heteskedastic*) podem ser usados para estimar esta volatilidade condicional que, após ser aplicada na expressão (5) fornece o VaR.

Existem diversos métodos de estimação do VaR, dependendo das hipóteses formuladas sobre as distribuições de probabilidade dos retornos. Dentre todos os métodos, o analítico (delta-normal), simulação histórica, modelos de variância condicional e simulação de Monte Carlo são os mais utilizados pelos gestores de risco.

2.2 Modelos de Volatilidade

A modelagem da volatilidade teve sua origem no estudo de Engle (1982), em que foi proposto um modelo denominado ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity) para expressar a variância condicional como uma defasagem distribuída do quadrado dos retornos passados. A idéia básica do modelo é que os retornos, que compõem a série temporal, sejam não-correlacionados serialmente, mas sua volatilidade (variância condicional) dependa dos retornos passados, e respeitam uma função quadrática.

Pode-se definir um modelo ARCH(p) por:

$$R_t = \sqrt{\sigma_t^2}\,\varepsilon_t \tag{6}$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i R_{t-i}^2 \tag{7}$$

onde R_t é o retorno, ε_t é uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com média zero e variância um.

A proposição original, elaborada por Engle (1982), mereceu extensos debates e diversos aperfeiçoamentos ao longo dos anos. A primeira, e mais significativa, foi introduzida por Bollerslev (1986) ao propor que a volatilidade condicionada fosse função não apenas dos quadrados dos erros passados (R_t^2), como também dos seus próprios valores (σ_{t-1}^2), passando os modelos assim construídos a ser denominados *Generalized* ARCH (GARCH). Em termos matemáticos, um modelo GARCH(p,q) pode ser expresso como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i R_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2 + v_t \tag{8}$$

onde ω é a constante, v_t é um ruído branco [$\mathrm{N} \sim (0,1)$]

O próximo nível na evolução dos modelos ARCH foi o modelo EGARCH (*Exponential* GARCH) proposto por Nelson (1991). O EGARCH foi uma inovação aos modelos de volatilidade porque considera que os choques na variância têm um efeito exponencial, e não quadrático.

Na forma simplificada o modelo EGARCH(p,q) pode ser exposto:

$$\ln\left(\sigma_t^2\right) = \omega + \sum_{i=1}^{p}\left(a_i\left(\left|\frac{R_{t-i}}{\sigma_{t-i}}\right| - E\left|\frac{R_{t-i}}{\sigma_{t-i}}\right|\right) + \gamma_i \frac{R_{t-i}}{\sigma_{t-i}}\right) + \sum_{j=1}^{q}\left(\beta_j \ln\left(\sigma_{t-j}^2\right)\right) \tag{9}$$

onde o parâmetro γ_i permite um efeito assimétrico, se γ_i=0, é um indicativo de ausência de assimetria na volatilidade.

Um modelo mais simples para a captação do comportamento assimétrico da volatilidade nas séries financeiras foi apresentado por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) e posteriormente implementado por Zakoian (1994), denominado por TARCH (Threshold ARCH). Esse novo modelo é um caso particular do modelo ARCH não-linear, e para ele a volatilidade segue a forma funcional:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i R_{t-i}^2 + \gamma R_{t-i}^2 d_{t-1} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2 + v_t \qquad (10)$$

onde d_{t-1} é uma variável dummy que assume o valor igual a 1 se $R_{t-1} < 0$ (más notícias), e valor igual a 0 se $R_{t-1} > 0$ (boas notícias).

Por fim, surgiu o modelo ARCH com Potência Assimétrica (APARCH) proposto por Ding et. al.(1993). O modelo APARCH(p,q) pode ser representado por:

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \left(|R_{t-i}| - \gamma_i R_{t-i}\right)^\delta + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^\delta \qquad (11)$$

onde $\delta \geq 0$ e $-1 < \gamma_i < 1$.

A idéia de Ding et. al. (1993) em desenvolver um modelo cuja potência não assumisse o valor 2, como os demais modelos, contribuiu não somente para corrigir o efeito alavancagem – retornos negativos proporcionam maior volatilidade do que retornos positivos – mas também tem a capacidade de corrigir o efeito assimétrico nas séries de retornos. Por isso o nome Potência Assimétrica.

2.4 Modelo *Riskmetrics*

Desde 1994, o banco norte americano J.P. Morgan disponibilizou gratuitamente, por meio da internet, o sistema que posteriormente seria considerado como referência mundial na avaliação de risco de mercado, denominado de *RiskMetrics*.

A abordagem adotada no desenvolvimento do modelo *Riskmetrics* considerou que a volatilidade condicional podia ser apurada pelo modelo GARCH (Equação 8).

Segundo o modelo *Riskmetrics,* a variância condicional ótima é estimada por um modelo GARCH(1,1) com constante α_0 igual a zero e a soma dos parâmetros α e β igual a unidade. Impondo-se esta restrição obtém-se o processo formalmente conhecido por GARCH integrado (IGARCH):

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1-\lambda) R_{t-1}^2 \qquad (12)$$

ou

$$\sigma_t^2 = \lambda^t \sigma_0^2 + (1-\lambda) \sum_{K=0}^{t-1} \lambda^k R_{t-k}^2 \qquad (13)$$

onde σ_0^2 é um dado nível da variância no momento inicial. A taxa de declínio das ponderações exponenciais depende do *decay factor*-λ, expressando este a persistência com que os efeitos de um choque se fazem sentir no futuro (MORGAN, 1996).

O manual técnico do Riskmetrics sugere um *decay factor*-λ de 0.94 para retornos diários e 0.97 para retornos mensais. O fato de apenas ser necessário utilizar um parâmetro, λ, facilita a estimação da volatilidade condicional e proporciona robustez contra o erro de estimação, apesar da parcimoniosidade do modelo. (MORGAN, 1996)

Vale ressaltar, que esta metodologia vem sendo bastante criticada na literatura, devido ao seu erro de estimação. Porém, por se tratar de um método de fácil implementação, ainda é bastante utilizado como medida de risco pelas bolsas nacionais e internacionais. Em específico, as *clearings* da BM&FBOVESPA.

2.5 Modelos de Memória Longa

O fenômeno da Memória Longa acontece quando a ocorrência de um choque gera uma série efeitos por longos períodos de tempo. Por exemplo, uma notícia ruim para uma certa empresa, ocasionada por alguma crise, pode gerar um impacto nos preços de suas ações, ocasionando um aumento repentino na sua volatilidade, como reflexo das incertezas quanto ao comportamento futuro dos preços. O efeito da Memória Longa vai estar presente na série temporal dos preços desta ação se o impacto causado pela notícia se repercutir na volatilidade por um longo período de tempo. Ou seja, se o impacto hoje tiver repercussão por vários dias, semanas, ou até por vários anos.

Em busca de criar um modelo que conseguisse captar a presença de memória longa Hosking (1981) e Granger (1980) incorporaram ao processo ARMA(p,q) o operador de diferenciação fracionária $(1-B)^d$, sendo $0 \le d \le 1$, em que B representa o operador de defasagem. Assim, obtém-se um processo ARFIMA(p,d,q) (autorregressivo fracionalmente integrado médias-móveis), cuja sua especificação é dada por,

$$\phi(B)(1-B)^d X_t = \theta(B)\varepsilon_t \tag{14}$$

onde $\{\varepsilon_t\}$ é um ruido branco e $\phi(B)$ e $\theta(B)_t$ são polinômios em B de graus p e q, respectivamente. O operador de diferenciação fracionária pode ser descrito como:

$$\begin{aligned}(1-B)^d &= \sum_{k=0}^{\infty}\binom{d}{k}(-B)^k \\ &= 1 - dB + \frac{1}{2!}d(d-1)B^2 - \frac{1}{3!}d(d-1)(d-2)B^3 + \ldots\end{aligned} \tag{15}$$

Isto posto, para imitar o comportamento do correlograma observado para a volatilidade das séries, Baillie et. al. (1996) introduziram o modelo GARCH fracionalmente integrado (FIGARCH) que busca captar a memória longa na variância condicional. A partir da formulação de um processo IGARCH(p,q) desenvolvido por Engle and Bollerslev (1986) dado por:

$$\phi(B)(1-B)X_t^2 = \omega + [1-\beta(B)](X_t^2 - \sigma_t^2) \tag{16}$$

onde, $\phi(B) = [1-\alpha(B)-\beta(B)](1-B)^{-1}$, o processo FIGARCH(p,d,q) pode ser obtido substituindo o operador de primeira diferença $(1-B)$ pelo operador de diferença fracionária $(1-B)^d$.

Assim, a variância condicional do FIGARCH(p,d,q) é dada por:

$$\sigma_t^2 = \underbrace{\omega[1-\beta(B)]^{-1}}_{\alpha_0 *} + \underbrace{\{1-[1-\beta(B)]^{-1}\phi(B)(1-B)^d\}}_{\lambda(B)} X_t^2 \tag{17}$$

ou $\sigma_t^2 = \omega * + \sum_{i=1}^{\infty}\lambda_i B^i X_t^2 = \omega * + \lambda(B)X_t^2$, com $0 \le d \le 1$.

Segundo Baillie et. al. (1996) a amplitude (S) do processo FIGARCH é $s = \lambda(1) = 1$. Assim o termo $\omega > 0$ teria a mesma interpretação válida para o modelo IGARCH. Consequentemente, o segundo momento da distribuição incondicional de X_t seria infinito e o processo FIGARCH não fracamente estacionário.

Em contrapartida, Davidson (2004) demonstrou como a restrição arbitrária ($S = \lambda(1) = 1$) explica o estranho comportamento da memória do processo FIGARCH. Em particular, Davidson (2004) colocou que a duração da memória aumenta à medida que d tende a zero. Este é um contraste a interpretação convencional, a qual sugere que a duração da memória aumenta quando d cresce.

Seguindo, portanto, esta linha de raciocínio, Davidson (2004) desenvolveu o processo GARCH hyperbólico (HYGARCH), como sendo a generalização do modelo FIGARCH. O modelo HYGARCH introduz um outro parâmetro α no lag polinomial. Portanto o modelo HYGARCH(1,d,1) pode ser expresso como:

$$\sigma_t^2 = \frac{\omega}{1-\beta} + \left(1 - \frac{(1-\phi B)\left[1+\alpha\left((1-B)^d - 1\right)\right]}{(1-\beta B)}\right) X_t^2 \tag{18}$$

desde que d > 0, a amplitude do modelo HYGARCH(1,d,1) é $S = 1 - \frac{\phi}{\beta}(1-\alpha)$.

O modelo HYGARCH, portanto, não impõe a restrição da amplitude ser igual a um.

Vale ressaltar que os modelos FIGARCH e HYGARCH não conseguem captar a assimetria na volatilidade da série, o que levou Tse (1998) a estender o processo FIGARCH para o processo FIAPARCH usando a aproximação do modelo ARCH com potência assimétrica (APARCH) de Ding et al. (1993). O modelo FIAPARCH (1,d,1) pode ser expresso como:

$$\sigma_t^\delta = \frac{\omega}{1-\beta} + \left(1 - \frac{(1-\phi B)(1-B)^d}{(1-\beta B)^{-1}}\right)\left(|X_t| - \gamma X_t\right)^\delta \tag{19}$$

onde $-1 < \gamma < 1$ e $\delta > 0$. Quando $\gamma > 0$, temos que choques negativos causam maior impacto na volatilidade do que choques positivos. O inverso ocorre quando $\gamma < 0$. O processo FIAPARCH, portanto, captura a assimetria da volatilidade pela potência da equação de heteroscedasticidade. O modelo FIAPARCH se reduz ao processo FIGARCH quando $\gamma = 0$ e $\delta = 2$.

A partir desta idéia de integração fracionária outros modelos tem sido desenvolvidos a partir das extensões dos modelos GARCH, incluindo o EGARCH fracionalmente integrado (FIEGARCH) do Bollerslev e Mikkelsen (1996) e o modelo FIAPARCH de Tse (1998).

Similarmente ao processo GARCH(p,q), o modelo EGARCH(p,q) equação (9) pode ser estendido para os processos com memória longa pelo fator autoregressivo polinomial $[1-\beta(B)] = \phi(B)(1-B)^d$ onde as raízes de $\phi(B) = 0$ estão fora do círculo unitário. O modelo FIEGARCH(p,d,q) é especificado como:

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \phi(B)^{-1}(1-B)^{-d}[1+\alpha(B)]g(X_{t-1}) \tag{20}$$

O modelo TARCH, contudo, não foi desenvolvido em uma forma que capte a memória longa na volatilidade da série, uma vez que o modelo FIAPARCH é uma generalização de vários outros modelos da classe ARCH incluindo o modelo TARCH de Zakoian (1994).

3 METODOLOGIA

Nesta seção são relatadas o método, e técnicas de pesquisa utilizado neste estudo, demonstrando os dados utilizados, o passos para a análise dos dados e as ferramentas estatísticas utilizadas.

3.1 Dados da Pesquisa

Neste estudo foram utilizadas as cotações diárias de fechamento dos retornos dos principais índices dos maiores mercados de capitais do mundo e também do índice Ibovespa, do mercado de capitais brasileiro. Os índices estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Principais índices internacionais

Índice	País
Dow Jones	Estados Unidos
S&P 500	Estados Unidos
Nasdaq	Estados Unidos
Ibovespa	Brasil
FTSE 100	Inglaterra
Nikkei	Japão

Os dado são referentes ao período de 1º de janeiro de 2000 a 1º de janeiro de 2008. O período de oito anos escolhido para a análise é o que está compreendido entre a Crise Financeira de 1999 e a Crise Financeira de 2008. As crises financeiras geram fortes instabilidades no mercado e ampliam a volatilidade dos preços dos ativos e índices, podendo, portanto causar falhas na estimação dos parâmetros dos modelos de volatilidade.

Para o estudo de análise e mensuração do risco dos índices internacionais, foram calculados os retornos diários oferecidos pelas cotações dos índices conforme a expressão;

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \qquad (21)$$

onde P representa a série de fechamento das cotações dos índices e R_t a série do retorno

A utilização da série de retornos como entrada para os testes estatísticos é bastante utilizada no meio acadêmico por se tratar de dados já estacionários com média zero e variância σ^2. Assim, a série de retornos substituiu a série original de cotações do índice.

Os dados foram tratados excluindo-se sábados, domingos, feriados e dias sem negociação. Para as modelagens estatísticas foi utilizado o pacote estatístico G@RCH 2,3 do *software* Ox®, sugeridos por Laurent e Peters (2002). Maiores detalhes da operacionalização do *software* são fornecidos por Doornik (2001).

Os testes de acurácia preditiva e estatísticas descritivas foram realizados pelos *softwares* E-views® e R.

3.2 Análise dos Dados

O primeiro passo da investigação empírica constitui-se de uma análise das estatísticas descritivas das séries e aplicação dos testes de normalidade, estacionariedade e linearidade. As aplicações destes testes são imprescindíveis em função dos pressupostos dos modelos de séries temporais que exigem a estacionaridade dos dados. Para testar a normalidade foi aplicado o teste de Jarque-Bera (Jarque e Bera, 1987), acompanhado de seu p-valor, ou seja, a probabilidade de não rejeitar a hipótese nula de que a série segue um padrão normal. O nível de confiança definido foi o de 95%. O teste de estacionariedade foi feito através dos testes de raiz unitárias Dickey e Fuller Aumentado (ADF) (Dickey e Fuller, 1979), Phillips e Perron (1988) (PP) e KPSS (Kwiatkowski et al., 1992), também, acompanhado de seu p-valor, ou seja, a probabilidade da série apresentar uma raiz unitária. No caso do teste KPSS, a hipótese nula é inversa dos testes ADF e PP. KPSS tem como hipótese nula a estacionariedade da séries (ausência de raiz unitária). No ADF e PP a hipótese nula é de não estacionariedade da série (presença de raiz unitária). O intervalo de confiança adotado será, assim como no teste de normalidade, de 95%.

A linearidade foi testada a partir da estatística de BDS, proposta por Brock et. al. (1996), para as dimensões fixadas em 2, 5, 10 e 20. A hipótese nula é de que os dados seguem um comportamento i.i.d. (independente e identicamente distribuídos), ou seja, são não-estacionários e não-lineares.

É testada a presença do efeito de heteroscedasticidade condicional, fator determinante para a aplicação dos modelos da classe ARCH. Para isto, aplica-se o teste ARCH-LM proposto por Engle (1982) na série de retornos ou nos resíduos dos modelos ARMA, conforme descrito anteriormente.

Após a análise descritiva e teste, são ajustados os modelos de variância condicional nas bases de dados a partir do modelo *Riskmetrics* e modelos da classe ARCH (GARCH, EGARCH e APARCH), para diferentes distribuições (Gaussiana, t-*Student*, t-*Student* Assimétrica e *Generalized Error Distribution*) e diferentes regimes (Memória curta e longa).

A estimação dos parâmetros dos modelos de volatilidade foi feita pelo método de máxima verossimilhança, minimizando-se as possilibilidades de máximos locais ao invés de globais da função de Log-máxima verossimilhança, ajustando-se um processo de convergência iterativo para 0,00005 com o máximo de 8000 iterações. O algoritmo utilizado para otimização foi o Bernd-Hall-Hall-Hausman (BHHH), proposto por Berndt et al. (1974), dando preferência para a precisão e não para velocidade.

Depois foi feita a estimação dos riscos de mercado. Para isto, foram calculados os valores em risco (VaR) em posições vendidas, quantis de 0.95, 0.975 e 0.99, e posições compradas, quantis de 0.05, 0.025 e 0.01. A previsão utilizada nas estimativas refere-se à previsão diária um passo a frente, com a janela de 255 dados.

Por fim, o quinto e último passo é o cálculo da estatística de Kupiec (1995), para cada estimativa de *Value-at-Risk*, com o intuito de verificar a acurácia dos VaRs calculados e definição da melhor metodologia de mensuração de risco para o mercado financeiro.

3.3 O Teste de Kupiec

Os modelos de VaR são úteis quando se conseguem prever os riscos de forma razoável. Dessa forma, a utilização dos modelos deve ser sempre acompanhada de um processo de validação. A validação de um modelo tem por função verificar se ele é ou não adequado para prever riscos. Isto pode ser feito com o um conjunto de ferramentas, dentre elas, o *backtesting*.

Segundo Jorion (1997), o *bscktesting* é uma importante ferramenta estatística para se verificar a coerência entre as perdas observadas e as perdas previstas. Isto implica em comparar as perdas estimadas pelo VaR com os retorno observados. Este processo é denominado de confronto com a realidade. Os gestores de risco utilizam esta ferramenta para verificar se suas estimativas de VaR estão bem calibradas.

A ferramenta estatística de *backtesting* mais conhecida foi desenvolvida por Kupiec (1995). Para se testar o desempenho de um estimador do VaR, Kupiec (1995) desenvolveu um teste baseado na quantidade de falhas na previsão do risco de mercado, comparados com o intervalo de confiança estabelecido a priori.

Sendo α o intervalo de confiança estabelecido no calculo do VaR. O teste LR Kupiec visa testar a hipótese nula de que $H_0 : f = \alpha$ contra a hipótese alternativa $H_0 : f \neq \alpha$ onde f é a taxa de falha. Se o modelo estiver corretamente especificado f deve ser igual a α.

A taxa de falha pode ser estimada conforme expressão:

$$f = \frac{x}{N} \qquad (22)$$

onde x é o número de retornos que excedem o VaR calculado e N é o número total da amostra.

De acordo com Kupiec (1995), x segue uma distribuição $x \sim Binomial(N, f)$ cujaa probabilidade de x na amostra N é dado por $P(x, f, N) = C_x^N (1-f)^{N-x} f^x$.

Kupiec (1995) propôs o teste baseado na razão de verossimilhança que pode ser empregado a estimativa de uma amostra pontual estatisticamente consistente com o modelo VaR.

A estatística de teste é dado por:

$$LR = -2\ln[(1-\alpha)^{N=x}\alpha^x] + 2\ln[(1-f)^{N-x} f^x] \sim \chi^2(1) \qquad (23)$$

O teste segue uma distribuição de qui-quadrado com um grau de liberdade.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Tabela 1 apresenta os valores da estatística descritiva, dos Testes de Raiz Unitária (estacionaridade) ADF, PP e KPSS, dos testes de heteroscedasticidade (ARCH-LM) e do Teste de Linearidade (BDS) aplicados as séries de retornos dos índices Dow Jones, S&P500, Nasdaq, Ibovespa, FTSE 100 e Nikkei 225.

Tabela 1: Estatísticas descritivas, testes de Estacionaridade, heteroscedasticidade e linearidade dos retornos dos índices Dow Jone, S&P500, Nasdaq, Ibovespa, FTSE100 e Nikkei 225. Período da amostra de 01 de janeiro de 2000 a 30 de dezembro de 2007.

	Dow Jones	S&P500	Nasdaq	Ibovespa	FTSE 100	Nikkei 225
Média	0.00008	0.00000	-0.00022	0.00067	-0.00002	-0.00011
Desvio Padrão Incodicional	0.01077	0.01115	0.01845	0.01817	0.01129	0.01380
Máximo	0.06155	0.05574	0.13255	0.07335	0.05904	0.07222
Mínimo	-0.07396	-0.06005	-0.10168	-0.07539	-0.05589	-0.07234
Assimetria	0.01077	0.04756	0.18552	-0.21376	-0.17417	-0.15702
Curtose	6.82040	5.54944	7.21198	3.69958	5.88432	4.71332
Jarque-Bera	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Teste Estacionaridade						
ADF	0.00010	0.00010	0.00000	0.00000	0.00000	0.00010
PP	0.00010	0.00010	0.00000	0.00000	0.00010	0.00010
KPSS	0.18454	0.34693	0.46184	0.42392	0.47533	0.42860
Teste ARCH-LM						
Teste (2)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Teste (50)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Teste (100)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Teste BDS						
Dimensão (2)	0.00000	0.00000	0.00000	0.10690	0.00000	0.49220
Dimensão (6)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Dimensão (8)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Dimensão (10)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Nota: Os testes de Jarque-Bera, Estacionaridades, ARCH-LM e BDS estão representados pelos p-valores de interpretação direta. A teste Jarque-bera tem como hipótese nula a normalidade dos dados. A hipótese nula dos testes ADF e PP é de que existe raiz unitária (não estacionaridade). O teste KPSS tem como hipótese nula a ausência de raiz unitária (estacionaridade). No teste ARCH-LM a hipotese nula é de que existe o efeito ARCH nas séries temporais, presença de heteroscedasticidade no dados. O teste BDS tem como hipótese nula a independência e distribuição idêntica dos retornos (i.i.d.).
O teste ARCH-LM foi feito para três níveis de defasagens, 2, 50 e 100.

Com base nos valores apresentados na Tabela 1, observa-se que todas as séries de retornos apresentam um comportamento não-normal, percebido a partir do teste de normalidade de Jarque-Bera (1987), rejeitados ao nível de 1% da hipótese de normalidade, considerado pelos p-valores iguais a zero. O excesso de curtose (valores superiores a três) é um dos principais fatores que podem ter gerado a rejeição da hipótese de normalidade.

Os resultados empíricos do Teste de Estacionaridade (teste de raiz unitária) apresentados pela Tabela 1 apontam para a estacionaridade de todas as séries de retornos dos índices, a hipótese nula de raiz unitária pode ser rejeitada ao nível de 1%, nos teste ADF e PP e aceita ao nível de 1% no teste KPSS.

No que se refere à presença do efeito de heteroscedasticidade nas séries de retorno, a Tabela 1 evidencia que em todos os índices de ações os retornos são heteroscedásticos, com variância inconstante no decorrer dos períodos. Os p-valores menores que 0,01, nos três níveis de defasagens (2, 50 e 100), rejeitam a hipótese nula de homocedasticidades nos dados. A estatística ARCH-LM testa a presença de autocorrelação dos resíduos quadráticos da série de retornos.

Os p-valores do teste BDS reportados na Tabela 1 indicam que em todos os índices, os retornos não seguem um comportamento i.i.d (independente e identicamente distribuído). Os baixos p-valores se colocam em uma região de rejeição da hipótese nula de i.i.d., com exceção dos retornos Ibovespa e Nikkei na dimensão dois.

A Tabela 2 apresenta os p-valores referente à estatística de falha do Teste LR proposto por Kupiec (1995) para se testar a qualidade de estimação do *value-at-risk*, por meio dos modelos GARCH (1,1), EGARCH (1,1), APARCH (1,1), FIGARCH (1,d,1), FIEGARCH (1,d,1), FIAPARCH (1,d,1), HYGARCH (1,d,1) e *RiskMetrics*.

Buscou-se testar qual dos modelos de volatilidade possui melhor capacidade preditiva do *Value-at-Risk* dos índices mundiais de ações Dow Jones, S&P 500, Nasdaq, Ibovespa, FTSE 100, Nikkei 225, admitindo que o investidor assuma posições compradas e vendidas nestes mercados.

Os intervalos de confiança analisados para a estimação do *Value-at-Risk* foram, 95%, 97,5% e 99% para posições vendidas e 5%, 2,5% e 1% para posições compradas.

Tabela 2: Taxa de razão de falha (Teste Kupiec)

	VaR para posições vendidas			VaR para posições compradas		
	95%	**97,5%**	**99%**	**5%**	**2,5%**	**1%**
Dow Jones						
GARCH(1,1)	0.72	0.86	0.09	0.96	0.42	0.98
EGARCH (1, 1)	0.87	0.45	0.84	0.33	0.23	0.63
APARCH (1, 1)	0.34	0.80	0.48	0.88	0.45	0.81
FIGARCH (1, d, 1)	0.39	0.50	0.34	0.80	0.54	0.63
FIEGARCH (1, d, 1)	0.19	0.17	**0.03**	0.57	0.54	0.29
FIAPARCH (1, d, 1)	0.72	0.45	0.52	0.16	0.36	0.98
HYGARCH (1, d, 1)	0.44	0.59	0.34	0.80	0.64	0.63
RiskMetrics	0.96	0.28	0.39	0.12	**0.02**	0.06
S&P500						

GARCH(1,1)	0.57	0.80	0.98	0.72	0.80	0.15
EGARCH (1, 1)	0.44	0.91	0.63	0.57	0.75	0.34
APARCH (1, 1)	**0.00**	**0.00**	**0.00**	**0.00**	**0.00**	**0.00**
FIGARCH (1, d, 1)	0.57	0.50	0.81	0.57	0.86	0.09
FIEGARCH (1, d, 1)	0.33	**0.05**	**0.01**	0.96	0.59	0.20
FIAPARCH (1, d, 1)	0.64	0.80	0.34	0.88	0.54	0.98
HYGARCH (1, d, 1)	0.51	0.50	0.81	0.57	0.86	0.09
RiskMetrics	0.96	0.28	0.14	0.12	**0.02**	**0.00**
Nasdaq						
GARCH(1,1)	0.79	0.86	0.81	0.96	**0.00**	**0.03**
EGARCH (1, 1)	0.21	0.59	0.81	0.96	0.13	0.15
APARCH (1, 1)	**0.00**	**0.00**	**0.00**	**0.00**	**0.00**	**0.00**
FIGARCH (1, d, 1)	0.57	0.91	0.34	0.96	**0.01**	**0.03**
FIEGARCH (1, d, 1)	**0.02**	**0.01**	**0.05**	0.87	0.36	0.81
FIAPARCH (1, d, 1)	0.80	0.69	0.81	0.50	0.10	0.15
HYGARCH (1, d, 1)	0.51	0.42	0.63	0.57	**0.01**	**0.03**
RiskMetrics	0.96	0.59	0.98	0.25	0.50	0.84
Ibovespa						
GARCH(1,1)	0.21	0.73	0.53	0.62	0.96	0.53
EGARCH (1, 1)	0.25	0.22	0.38	0.86	0.81	0.17
APARCH (1, 1)	0.15	0.73	0.69	0.70	0.35	0.53
FIGARCH (1, d, 1)	0.25	0.63	0.53	0.36	0.70	0.38
FIEGARCH (1, d, 1)	0.25	0.63	0.53	0.36	0.70	0.38
FIAPARCH (1, d, 1)	0.81	0.52	0.69	0.55	0.96	0.69
HYGARCH (1, d, 1)	0.21	0.63	0.38	0.36	0.70	0.38
RiskMetrics	0.70	0.06	0.26	**0.01**	**0.00**	**0.00**
FTSE100						
GARCH(1,1)	0.41	0.43	0.46	0.06	**0.05**	0.97
EGARCH (1, 1)	**0.01**	**0.00**	**0.00**	**0.03**	**0.03**	0.54
APARCH (1, 1)	0.92	0.21	0.14	0.23	0.52	0.62
FIGARCH (1, d, 1)	0.76	0.62	0.62	1.00	0.24	0.86
FIEGARCH (1, d, 1)	**0.00**	**0.00**	0.09	**0.03**	**0.02**	0.41
FIAPARCH (1, d, 1)	0.92	0.12	0.46	0.68	0.95	0.79
HYGARCH (1, d, 1)	0.68	0.52	0.97	0.91	0.19	0.86
RiskMetrics	0.61	0.16	**0.02**	**0.01**	**0.00**	**0.00**
Nikkei 225						
GARCH(1,1)	0.86	0.13	**0.02**	0.56	0.87	0.70
EGARCH (1, 1)	0.65	0.23	0.18	0.94	0.49	0.94
APARCH (1, 1)	0.98	0.23	0.06	0.81	0.90	0.54
FIGARCH (1, d, 1)	**0.05**	0.33	0.27	0.14	0.17	0.60
FIEGARCH (1, d, 1)	**0.01**	**0.00**	**0.00**	0.43	0.41	0.60
FIAPARCH (1, d, 1)	0.89	0.65	**0.01**	0.58	0.58	0.70
HYGARCH (1, d, 1)	0.81	**0.07**	**0.01**	0.98	0.79	0.88
RiskMetrics	0.56	0.36	0.18	0.07	0.06	**0.00**

Nota: Os valores acima correspondem aos p-valores da estatística de Kupiec, cuja hipótese nula é a adequação do modelo.

Os resultados da Tabela 2 evidenciam que a maioria dos modelos ajustados possui bons desempenhos. O percentual de retornos fora da fronteira VaR deve ser igual ao intervalo de confiança testado, ou seja, para um $\alpha = 0{,}95$ ou 95%, espera-se que apenas 5% dos retornos não sejam captados pelo modelo VaR. Se isso não ocorrer, diz-se que este modelo não possui boa qualidade preditiva. A hipótese de nulidade do teste é dada quando o α for igual à razão de falha.

Observando-se os resultados do índice Dow Jones (Tabela 2), é possível notar que somente os modelos *Riskmetrics* e FIEGARCH (1,d,1) não são adequados para estimação do VaR. O p-valor de 0,03 do modelo FIEGARCH (1,d,1) ao intervalo de 99% para posições vendidas, rejeita a hipótese nula de que o α é igual à razão de falha. O mesmo acontece para o modelo *Riskmetrics,* com p-valor igual 0,02 no intervalo de 2,5% na posição comprada.

O modelo FIAPARCH (1,d,1) foi eficiente na estimação do VaR do índice Dow Jones. Além de ser um bom estimador da volatilidade, o FIAPARCH (1,d,1) também é um excelente preditor do risco de mercado.

Os resultados do teste LR do índice S&P 500 demonstraram a ineficiência total do modelo APARCH (1,1) para a mensuração do risco de mercado. Em todos os casos, o p-valor do modelo APARCH (1,1) é menor que 0,01, rejeitando a hipótese nula de α igual à razão de falha.

Os modelos FIEGARCH (1,d,1) e *Riskmetrics* também apresentaram falhas na estimação dos riscos de mercado (*Value-at-Risk*), conforme os valores da tabela 2. No caso do FIEGARCH (1,d,1) a falha ocorreu na estimação dos riscos em posição vendida nos intervalos 97,5% e 99%. Para o modelo *Riskmetrics* a falha de estimação dos riscos ocorreu em posições compradas, nos intervalos de 2,5% e 1%.

Novamente, o modelo FIAPARCH(1,d,1) foi bem eficiente na estimação do VaR do índice S&P 500, além de ser um bom estimador da volatilidade.

Para o índice Nasdaq, os resultados da Tabela 2 demonstraram que poucos modelos são capazes de estimar o risco de mercado. De todos analisados, somente os modelos EGARCH (1,1), FIAPARCH (1,d,1) e *Riskmetrics* obtiveram boas estimativas.

Um fato curioso é que o modelo APARCH (1,1) não apresentou bom desempenho na previsão dos riscos de mercado. Em todos os casos, seu p-valor foi inferior a 0,01, rejeitando a hipótese nula de de α igual à razão de falha.

Apesar do modelo proposto por J.P.Morgan (*Riskmetrics*) não ter tido bom desempenho nos outros índices norte-americanos, no caso da Nasdaq, o modelo foi satisfatório para todos os intervalos e posições assumidas.

No mercado brasileiro, os resultados do teste LR de Kupiec (Tabela 2) para o Ibovespa mostraram que todos os modelos de volatilidade condicional são adequados para se estimar e prever o *Value-at-Risk*. O único modelo que não foi satisfatório é o *Riskmetrics* do J.P. Morgan, para posições compradas.

Observando os resultados do FTSE (tabela 2) é possível notar que os modelos GARCH (1,1), EGARCH (1,1), FIEGARCH (1,d,1) e *Riskmetrics* não se mostraram satisfatórios para a estimação do VaR do mercado de ações inglês. O p-valor de 0,03 do modelo FIEGARCH (1,d,1) ao intervalo de 99% para posições vendidas, rejeitou a hipótese nula de que o α é igual à razão de falha. O mesmo aconteceu para o modelo *Riskmetrics,* com p-valor igual 0,02 no intervalo de 2,5% na posição comprada.

O modelo FIAPARCH(1,d,1) foi eficiente na estimação do VaR do índice da bolsa de valores de Londres (FTSE). Além de ser um bom estimador da volatilidade, visto por Giot e Laurent (2003), o FIAPARCH (1,d,1) também se mostrou um excelente preditor do risco de mercado.

Por fim, a Tabela 2 reporta também os resultados das estatísticas de falhas do teste LR proposto por Kupiec (1995) para o índice de mercado de capitais japonês.Note que somente os modelos EGARCH (1,1) e APARCH (1,1) obtiveram bons desempenhos na estimação e previsão dos riscos de mercados, tanto em posições vendidas quanto compradas.

Assumindo posições compradas (calda esquerda da distribuição), somente o modelo *Riskmetrics* foi insatisfatório, pois seu p-valor ficou abaixo 0,01 ao intervalo de 1% rejeita-se a hipótese nula de que o α é igual à razão de falha.

De forma geral, observa-se que o modelo *Riskmetrics,* comparado aos modelos de variância condicional, é ineficiente na estimação do risco de mercado em âmbito mundial. A proposta de J.P. Morgan já se tornou obsoleta, cabendo a reciclagem dos modelos e ferramentas de gestão de riscos utilizados pelas *Clearing Houses* e demais participantes do mercado de capitais do mundo.

Isso aponta que o pacote disponibilizado pelo J.P.Morgan possui baixa validade para se utilizar como ferramenta única de controle de risco no mercado acionário. Porém, esse pacote é um dos mais utilizados pelos profissionais de gestão de risco, devido seu fácil manuseio e rapidez na predição.

A real contribuição do VaR está relacionada à habilidade de se prever as possíveis quedas ou altas do preço das ações do mercado de capital, para que seus investidores e gestores de carteira possam obter maior controle sobre o capital apurado nas transações, evitando perdas bruscas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo foi proposta uma análise comparativa de alguns modelos de volatilidade condicional para o cálculo do *Value-at-Risk* (VaR) aplicados aos principais índices de ações dos mercados de capitais do mundo. Foram utilizados os modelos de volatilidade condicional da família ARCH levando em consideração a presença de longa dependência em seus retornos (memória longa) e assimetria na volatilidade. Em específico, utilizaram-se os modelos GARCH, EGARCH, APARCH, FIGARCH, FIEGARCH, FIAPARCH e HYGARCH estimados a parir de quatro diferentes distribuições, Normal, t-*Student*, G.E.D. e t-*Student* Assimétrica. Analisou-se os índices dos principais mercados de ações do mundo, sendo: Dow Jones, S&P 500, Nasdaq, Ibovespa, FTSE e Nikkei 225.

Pretendeu-se fazer uma comparação entre modelos de extração da volatilidade para o cálculo do VaR comparados com o modelo bastante utilizado pelos gestores de risco desenvolvido pelo J.P. Morgan – modelo Riskmetrics - e disponibilizado gratuitamente a qualquer instituição financeira.

Os resultados obtidos sugerem que o pacote desenvolvido pelo J.P.Morgan não se aplica adequadamente à realidade dos principais mercados de capitais do mundo e do mercado barsileiro, como ferramenta de gestão e controle do risco das oscilações dos preços das ações de empresas negociadas nas bolsas de Nova Iorque, Nasdaq, , de Londres, de Tóquio, e BM&FBOVESPA, do Brasil.

Entretanto, os modelos que consideram o efeito de memória longa na volatilidade condicional dos retornos dos índices, em especial o modelo FIAPARCH (1,d,1), foram os que obtiveram melhor ajuste e desempenho preditivo do risco de mercado (*Value-at-Risk*), conforme valores apresentados pelo Teste de Razão de Falha proposto por Kupiec (1995).

A principal contribuição deste trabalho centra-se no aspecto metodológico para as futuras previsões de VaR a qualquer período de interesse. No entanto, essa medida de risco apresenta bons resultados quando aplicada a um mercado com baixa volatilidade. Para épocas de grandes instabilidades e alta volatilidade, o VaR tende a subestimar estes valores e, portanto, seria necessária alguma outra medida de risco, de forma a complementar tal análise.

Sugere-se que, em trabalhos futuros, possa ser explorada a ampliação deste estudo, levando-se em conta uma análise de caráter multivariado. Uma aplicação do VaR em carteiras de investimento e não somente a um ativo. Para isso, serão necessários estudos que comparem diferentes métodos de estimação da covariância entre os portfólios, utilizando, como proxy, os modelos de volatilidade multivariados, como é o caso dos modelos VEC-GARCH, BEKK, GOGARCH, CCC, DCC, AG-DCC, DSTCC, propostos por Bollerslev et. al. (1988), Engle e Kroner (1995), Weide (2002), Bollerslev (1990), Engle (2002), Cappiello et. al. (2006), Silvennoinen e Terasvirta (2007) respectivamente. Sugere-se, também, um estudo mais amplo incorporando não somente uma análise comparativa com modelos de volatilidade condicional, mas também, englobando as Teorias de Valores Extremos e Teste de *Stress*

Referências

ANGELIDIS, T.; BENOS, A.; DEGIANNAKIS, S. The use of GARCH models in VaR estimation. **Statistical Methodology**. v. 1, p. 105-128. 2004.

BAILLIE, R. T.; BOLLERSLEV, T.; MIKKELSEN, H. O. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, Lousanne, v. 74, n. 1, p. 3-30, 1996.

BERND, E.K.; HALL, B.H., HALL, R. E.; HAUSMAN, J.A. Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models. **Annals of Economic and Social Measurement.** v.3, p. 653–665, 1974

BEST, P. **Implementing Value-at-Risk.** New York: John Wiley & Sons, 1998.

BLACK, F; SCHOLES, M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **Journal of Political Economy**. v. 81 n. 3, p. 637–654, 1973

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, p. 307-327, 1986.

BOLLERSLEV, T. Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH model. **Review of Economics and Statistics**, v. 72, p. 498–505. 1990

BOLLERSLEV, T.; ENGLE, R. F.; WOOLDRIDGE, J. M. A capital asset pricing model with time-varying covariances, **The Journal of Political Economy**, v. 96, p. 116–131, 1988

BOLLERSLEV, T.; MIKKELSEN, H. O. Modelling and pricing long memory in stock market volatility. **Journal of Econometrics**, v.73, p. 151-184, 1996.

BOLLERSLEV, T; WOOLDRIDGE, J. M. Quasi-maximun likelihood estimation and inference in dynamic models with time-VaRying CoVaRiances. **Econometric Reviews**, v.11, n.2, p.143-172, 1992.

BROCK, W.; HSIEH,D.; SCHEINKMAN, J. A test for independence based on the correlation dimension. **Econometric Reviews**, v. 15 n. 3, p. 197-235, 1996.

CAPPIELLO, L; ENGLE, R. F; SHEPPARD, K. Asymmetric dynamics in the correlations of global equity and bond returns. **Journal of Financial Econometrics**, V. 4, p. 537–572, 2006

CHRISTOFFERSEN, P.; HAHN, J.; INOUE, A. Testing and comparing Value-at-Risk measures. **Journal of Empirical Finance**. v.8, p. 325-342, 2001

DAVIDSON, L. Moment and memory properties of linear conditional heteroscedasticity models. **Journal of Business and Economics** Statistics, v. 22, p. 16-29, 2004.

DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. **Journal of the American Statistical Association**. v. 74, p. 427-431, 1979.

DING, Z.; GRANGER, C. W. J.; ENGLE, R. F. A long memory property of stock market returns and a new model. **Journal of Empirical Finance,** v. 1, p. 83-106, 1993.

DOORNIK, J. A. **An Object Oriented Matrix Programming Language**. Timberlake Consultant Ltd., 4th ed. 2001.

DOWD, K. **Beyond Value at Risk**. John Wiley & Sons. 1998.

ENGLE. R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica**, v. 50, n. 4, p. 987-1007, 1982.

ENGLE, R. F. Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 20, p. 339–350, 2002

ENGLE, R. F; BOLLERSLEV, T. Modelling the persistence of conditional variances. **Econometric Reviews**, v. 5, n. 1, p. 1-50, 1986

ENGLE, R. F; KRONER, K. F. Multivariate simultaneous generalized ARCH. **Econometric Theory**, v.11, p.122–150, 1995

GEWEKE, J. Modeling the Persistence of Conditional Variances: A Comment. **Econometric Review**, v. 5, p. 57–61. 1986.

GIOT, P.; LAURENT, S. Value-at-Risk for long and short trading positions. **Journal of Applied Econometrics**. v. 18, p. 641-664, 2003a.

GIOT, P.; LAURENT, S. Market risk in commodity markets: a VaR approach. **Energy Economics**. v. 25, p.435-457, 2003b.

GIOT, P.; LAURENT, S. Modelling daily Value-at-Risk using realizes volatility and ARCH type models. **Journal of Empirical Finance**. v. 11, p. 379-398, 2004.

GLOSTEN, L. R.; JAGANATHAN, R.; RUNKLE, D. E. On the relation between the expected value and volatility of the nominal excess returns on stocks. **Journal of Finance**, v. 48, p. 1779-1807, 1993.

GRANGER, C. W. J. Long memory relationships and the aggregation of dynamic models. **Journal of Econometrics**, Lousanne, v. 14, p. 227-238, 1980.

HIGGINS, M.; BERA, A. A Class of Nonlinear ARCH Models. **International Economic Review**, v. 33, p. 137–158.

HOSKING, J. R. M. Fractional differencing. **Biometrika**, London, v. 68. P. 165-176, Apr. 1981

HUANG, Y. C.; LIN, B. J. Value-ar-Risk Analysis for Taiwan Sotck Index Futures: Fat Tails and Conditional Asymmetries in return innovations. **Review of Quantitative Finance and Accounting**. v.22, p. 79-95, 2004.

JARQUE, C.; BERA, A. A. A teste for normality of observations and regression residuals. **International Statistcal Review,** v. 55, p. 163-172, 1897

JORION, P. **Value-at-Risk: The new benchmark for controlling market risk.** MacGraw-Hill, New York, 1997.

KUPIEC, P.H. Techiques for verifying the accuracy of risk measurement models. **The Journal of Derivatives**, Winter, 1995.

KWIATKOWSK, D.; PHILLIPS, sP. C. B.; SCHMIDT, P.; SHIN, Y. Testing the null hypothesis of stationary against the alternative of a unit root**. Journal of Econometrics**, v. 54, p.159-178, 1992.

LAURENT, S.; PETERS, J. P. G@RCH 2,3: An Ox pachage for estimationg and forecasting various ARCH models. **Journal of Economic Surveys**. Oxford, v. 16, p. 447-485, 2002.

LEE, T. H.; SALTOGLU, B. Assessing the risk forecasts for Japanese stock market. **Japan and the World Economy**. v. 14, p. 63-85, 2002.

MORGAN, J.P., **RiskMetrics**. Technical document, 4th edn., New York. 1996

NIGUEZ, T. M. Volatility and Var forecasting in the Madrid Stock Exchange. **Span. Econ. Rev.** v. 10, p. 169-196, 2008.

NYSE, **New York Stock Exchange**, Disponível em: http://www.nyse.com. Acesso em: 10 dez. 2008.

PENTULA, S. Modeling the PersisteNce of Conditional Variances: A Comment. **Econometric Review**, v. 5, p. 71–74. 1986

PHILLIPS, P.C.B.; PERRON, P. Testing for a unit root in time series regression. **Biometrika**, v.75, p.335-346, 1988

SCHWERT, W. Stock Volatility and the Crash of '87. **Review of Financial Studies**, v. 3, p. 77–102. 1990.
SHARP, W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. **Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964
SILVENNOINEN, A.; TERASVIRTA, T. Multivariate autoregressive conditional heteroskedasticity with smooth transitions in conditional correlations. **SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance.** n. 577, 2005
SO, M. K. P.; YU, P.L. H. Empirical analysis of GARCH models in value at risk estimation. **Int. Fin. Markets, Inst. And Money.** v. 16, p. 180-197, 2006.
TANG, T. L.; SHIEH, S. J. Long memory in stock index futures markets: A value at risk approach. **Physica A**. v. 366, p. 437-448, 2006.
TAYLOR, S. **Modelling Financial Time Series**. Wiley, New York. 1986
TSE, Y. The conditional heteroscedasticity of the Yen-Dollar Exchange Rate, **Journal of Applied Econometrics**, v.193, p.49-55. 1998.
WEIDE, R. GO–GARCH: A multivariate generalized orthogonal GARCH model,. **Journal of Applied Econometrics,** v. 17, p. 549–564, 2002
WU, P. T.; SHIEH, S. J. Value-at-Risk analysis for long-term interest rate futures: Fat-tail and long memory in return innovations. **Journal of Empirical Finance**. v. 14, p.248-259, 2007.
ZAKOIAN, A. Threshold heteroskedasticity models. **Journal of Economic Dynamics and Control** , v. 18, p. 931-955, 1994.