

COMBINANDO FILTROS DE WAVELETS E KALMAN PARA PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS

Autoria: Fabiano Guasti Lima, Antônio Carlos da Silva Filho, Luiz Carlos Jacob Perera, Alexandre Assaf Neto, Roberto Borges Kerr

RESUMO

O estudo sobre o comportamento das séries temporais financeiras, com objetivo de previsão futura de preços e retornos, é foco de discussão e embates, mediante distintas abordagens. Especialmente ao se tratar dos movimentos implícitos dos retornos de um ativo financeiro, analisando seu comportamento, as teorias sobre os modelos de ajustes a esse comportamento são divergentes na busca da compreensão desses fatos empíricos. Entre as diversas técnicas que desempenharam esse papel de prever um valor para o futuro, existem diversos modelos já verificados na literatura e, mais recentemente, os filtros de separação de séries surgiram como uma alternativa complementar às atuais técnicas de previsão. Encontrou-se suporte na literatura que já vinha apontando para a necessidade de melhoria nos filtros de volatilidade em conjunto com as técnicas já desenvolvidas e testadas. O *background* levantado apontou para a existência de dois principais filtros: *wavelets*, conforme Gençay, Selçuk e Whitcher (2002) e Kalman, segundo Harvey (2001). Desta forma, o objetivo geral deste estudo é realizar uma análise comparativa do uso combinado de filtros de *wavelets* e *kalman* juntamente com modelos de previsão para séries temporais financeiras, a fim de verificar qual produz a melhor previsão futura para mensuração de ativos. Para se investigar o assunto, buscou-se uma metodologia quantitativa e descritiva dos modelos e das formas combinadas de uso dos filtros para previsão. Os resultados apontaram que realmente o uso das técnicas de filtragem consegue reduzir o erro das previsões. Testada a junção das técnicas para uma série com alta volatilidade como o IBOVESPA, o resultado aponta o uso do filtro de Kalman primeiro e em seguida o uso de *wavelets* com redes neurais recorrentes, com erro medido pelo MAPE de 0,72%. Testando as possíveis variações na forma da *wavelet* de filtragem para checar a possível interferência nos resultados das previsões, chegou-se ao resultado que o erro somente é inferior para as formas de onda primária, no caso para a *wavelet* de “Haar” e “daubesch 1”. Em suma, juntando-se a curiosidade de pesquisador com as citações encontradas na literatura que se chegou à hipótese central desta pesquisa: o uso combinado de filtros de *wavelets* e Kalman para redução de ruídos melhora a qualidade da previsão quando comparados com a simples aplicação de um só deles sem séries temporais financeiras. Posteriormente, incorporou-se na hipótese central a possibilidade de se trocar as formas de *wavelets* para ver o ganho obtido. Dessa forma, o estudo contribui para a área contábil pois demonstra redução de erros de previsão futura e conseqüente melhor gestão de riscos em posições de investimentos no mercado financeiro.

COMBINANDO FILTROS DE WAVELETS E KALMAN PARA PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS

1. INTRODUÇÃO

As atuais crises, advindas da instabilidade dos mercados financeiros, colocaram em relevância os cenários motivadores do gerenciamento de risco nas estratégias de investimentos. Destarte, o próprio mercado, que se tornou mais volátil, e os investidores preocupados com resultados passaram a exigir informações e modelos mais eficientes para lidar com os possíveis movimentos adversos do mercado.

A volatilidade dos movimentos do mercado financeiro parecem ficar mais evidentes quando relacionadas às turbulências provocadas pelas informações divulgadas diariamente. Reagindo a esse comportamento do mercado, as empresas que operam juntas nesses mercados estão buscando avanços em seus controles internos, principalmente na mitigação do risco. A necessidade de projeções financeiras relativas a essa volatilidade dos mercados, principalmente as de curto prazo, são fundamentais para o gerenciamento de suas posições no mercado a vista e futuros, através principalmente do uso de modelos de previsão futura de valores.

Segundo Sabino e Bressan (2009, p. 2), a escolha de um modelo está sujeita ao objetivo do usuário e à capacidade de descrição do processo de volatilidade característico do mercado. Ainda segundo os autores, ao se avaliar o poder preditivo, deve-se levar em conta as vantagens de modelos mais complexos em relação aos custos de implementação dos mesmos para o tratamento de séries temporais financeiras.

Existem na literatura diversos modelos para se fazer previsão de séries temporais, desde os mais simples e de fácil compreensão até os mais complexos que envolvem diferentes parâmetros como os modelos ARIMA e os modelos da família GARCH. E o fato de se utilizar métodos estatísticos mais complexos não significa necessariamente uma melhora nos resultados da previsão, devido ao fato das séries apresentarem ruído ao longo dos tempos.

O uso da decomposição de séries temporais via *wavelets*, visando a análise destas séries, surgiu como alternativa para redução de ruído. A combinação dessa metodologia com os modelos tradicionais de previsão foram empregados por Granger (1992, p. 3), Tak (1995, p. 43), Ariño (1995), Ukil e Zivanovic (2001, p. 103), Ma, Wong e Sankar (2004, p. 5824) e Aminghafari (2007, p. 715). No Brasil, destacam-se os trabalhos de previsão de séries temporais de Chiann (1997, p. 32), Homsy, Portugal e Araújo (2000, p. 10), Zandonade e Morettin (2003, p. 205), Lima (2004, p. 133), e Rocha (2008, p. 120) aplicando diversas metodologias de previsão de séries temporais e uso de filtros como as *wavelets*.

As *wavelets* são funções que consistem em fracionar a série temporal original em duas subséries, uma relativa às altas frequências e a outra às baixas frequências com o objetivo de reduzir os efeitos do ruído nas previsões (Gençay, Selçuk & Whitcher, 2002). O uso deste processo de filtragem da série trouxe melhora significativa nos modelos de previsão conforme pode ser visto nos trabalhos citados anteriormente que usaram apenas os modelos tradicionais de previsão.

Em contraposição à esta abordagem estática dos modelos de previsão, surgiram os Modelos Lineares Dinâmicos (MLD), introduzidos por Kalman (1960), que são formulados com a característica de incorporar mudanças nos parâmetros, à medida que ocorrem evoluções na série temporal. A operacionalização do modelo MLD é obtida adotando-se o modelo de espaço de estados e utilizando-se o filtro de Kalman para a atualização sequencial dos componentes não observáveis. A representação em espaço de estados é feita por meio de um sistema de duas equações dinâmicas que descrevem a maneira pela qual as observações são geradas em função do vetor de estados e a evolução dinâmica desse vetor. O filtro de Kalman

consiste basicamente de um algoritmo que fornece estimativas atualizadas do vetor de estados a cada instante de tempo.

Recentemente, novos trabalhos estão fazendo uso da metodologia do filtro de Kalman para realização de previsões como Aiube (2005, p. 108) e Corsini e Ribeiro (2008, p. 11) e com uso combinado de Kalman e *wavelets* como em Postalcioglu, Erikan e Bolat (2005, p. 951).

O acompanhamento da literatura tem demonstrado que ambas as teorias e modelagens partem de premissas específicas, adotam métodos de análise e auferem e comparam seus resultados. Isto reporta a dimensão de que ainda não há certeza em favor desta ou daquela teoria. Tão pouco existe ainda uma forma de combinar esses modelos e filtros em um único esquema de previsão para tomada de decisão.

As diversas aplicações que podem ser feitas com a junção das técnicas de filtragem com os modelos de previsão fazem com que esta área de estudo seja uma das mais dinâmicas no estudo das finanças. Dessa forma, justifica-se a continuidade dos estudos relativos ao tema. Além disso, por se tratar de um assunto relativamente recente, a exploração tende a trazer novos resultados.

Seguindo esta linha de estudo, surge, este trabalho apresenta a seguinte questão de pesquisa: a combinação de filtros em séries temporais financeiras melhora a sua capacidade preditiva?

O objetivo geral deste estudo é realizar uma análise comparativa do uso combinado de filtros de *wavelets* e *kalman* juntamente com os modelos de previsão para séries temporais financeiras mais consagrados, que são os modelos GARCH e de redes neurais, para verificar qual produz a melhor previsão futura.

Dessa forma esta pesquisa tem por foco fazer uma análise do efeito da aplicação dupla de um filtro de espaço e estado aliado a um critério de decomposição de alta e baixa frequência em ordens diferentes de ocorrência, além de comparar a qualidade das previsões feitas em separado para cada hipótese.

2. REVISÃO DA LITERATURA

As séries temporais financeiras se diferem das demais séries temporais por apresentar características próprias de seus elementos. A principal característica, segundo Enders (2004, p. 10), é que essas séries são não serialmente correlacionadas, mas dependentes. Além disso, segundo o autor, tais séries apresentam em seus ‘log retornos’ a presença de *clusters* de volatilidade. Isso faz com que na análise dessas séries, das quais se deseja modelar o fenômeno que as gera, para posteriormente se fazer previsões, esses grupos de volatilidade podem ser definidos de diversas maneiras, que não são claramente observáveis.

Nessa análise, a medida da variância de um log retorno para um determinado período de tempo, passa a depender dos log retornos passados além de outros elementos até então desconhecidos, de modo que sua variância condicional não coincide com a variância total da série (chamada variância incondicional).

Os modelos de redes neurais, ou mais precisamente redes neurais artificiais, são modelos de processamento paralelo distribuídos, formados por unidades de ajustes simples, que têm a propensão natural para armazenar conhecimento experimental e torná-lo disponível para o uso (Haykin, 2001, p. 28). Esse processo de filtragem é que irá constituir o laço de realimentação em torno do neurônio, constituindo um elemento de fundamental importância no processo de previsão de séries temporais por meio de redes neurais.

A denominação ‘filtro’ advém da área de engenharia de comunicações e significa usar um mecanismo que possibilita a passagem de componentes com frequências, em uma dada faixa de frequência (Morettin & Tolo, 2004, p. 441).

Esta pesquisa entende que um filtro funciona na verdade como um processo de transmissão de dados que passaram por um processo de ‘limpeza’. Esse processo ocorre mediante transformações matemáticas nas séries temporais que possibilitam essa purificação dos elementos da série. Ainda segundo os autores, a principal razão para uso deste tipo de análise no tratamento de séries temporais é o fato de que o espectro fornece uma descrição bastante simples do efeito de uma transformação linear de um processo estacionário.

Existem diversos tipos de filtros que podem ser usados no tratamento de séries temporais. Neste trabalho serão usados dois filtros: de *wavelets* e de Kalman.

O processo de filtragem por *wavelets* ou ondaletas tem por finalidade fazer a separação dos dados da série original em duas outras sub-séries por seus componentes de frequência. As *wavelets* são funções matemáticas que ampliam intervalos de dados, possibilitando que cada componente seja alocado em sua respectiva escala (Misiti et al., 1997, p. 3-4).

Polikar (1999, p. 7) afirma que este processo de filtragem para alocar cada componente da série temporal na sua devida escala refere-se à identificação dos coeficientes correspondentes a cada escala, alta ou baixa frequência, formando suas novas sub-séries. A filtragem inversa, também chamada transformada inversa, consiste em aplicar os filtros inversos no sinal decomposto e tem o poder de reconstruir o sinal original, juntando novamente as duas bandas de frequência.

O uso das *wavelets*, segundo Gençay, Selçuk e Whitcher (2002, p. 10), é válido graças a sua capacidade de decompor uma série temporal em escalas referentes ao domínio da frequência quanto ao domínio do tempo. Espera-se então que, a partir de uma série temporal financeira, possa-se obter suas sub-séries representativas de alta e baixa frequência numa tentativa de suavizar os efeitos das variações no mercado financeiro através da aplicação de um filtro por uma função de *wavelet*.

Gençay, Selçuk e Whitcher (2002, p. 133) afirmam que uma série temporal financeira pode ser decomposta por uma análise de *wavelets*, por uma sequência de projeções de *wavelets* pai e mãe, a partir das funções Φ e Ψ . A *wavelet* mãe funciona como uma janela de cobertura finita que persegue a série temporal. A captação dos pontos de alta e baixa frequência se dá pela translação e dilatação da forma da *wavelet*.

Essa representação para série temporal y_t pode ser dada a partir das funções definidas anteriormente por:

$$y_t = \sum_k a_{j,k} \Phi_{j,k}(t) + \sum_k d_{j,k} \Psi_{j,k}(t) + \sum_k d_{j-1,k} \Psi_{j-1,k}(t) + \dots + \sum_k d_{1,k} \Psi_{1,k}(t) \quad (1)$$

onde j é o número de componentes e k que varia de 1 ao número de coeficientes do componente específico. Os coeficientes $a_{j,k}, d_{j,k}, \dots, d_{1,k}$ são os coeficientes das transformadas de *wavelets* dadas pelas projeções

$$a_{j,k} = \int \Phi_{j,k}(t) \cdot y_t dt, \text{ chamada parte de aproximação} \quad (2)$$

$$d_{j,k} = \int \Psi_{j,k}(t) \cdot y_t dt, \text{ chamada parte de detalhe} \quad (3)$$

Dessa forma, o objetivo expresso pelo uso das *wavelets*, conforme descrito por Donoho e Tohnstone (1994, p. 439), é o de redução do ruído, também conhecido como *denoising*, o qual a análise de *wavelets* realiza através da escolha dos coeficientes que devem

ser mantidos para preservar a informação e consistência dos dados da série temporal financeira original.

Já o filtro de Kalman foi introduzido por Rudolph Emil Kalman e apareceu na literatura em 1960 quando o autor descreveu seu algoritmo para solução de aplicação de filtro de dados discretos (GREWAL & ANDREWS, 2008, p. 21). Segundo os mesmos autores, filtro de Kalman é um conjunto de equações matemáticas desenvolvidas em forma de um algoritmo computacional que formam um processo iterativo desenvolvido para realizar previsões futuras e estimar variâncias de modelos para séries temporais.

Essa estimação, segundo Harvey (2001, p. 24), dos parâmetros que são desconhecidos, ocorre pelo processo de maximização da verossimilhança por decomposição do erro de previsão, conforme já comentado neste trabalho.

Oliveira (2007, p. 74) cita que o filtro de Kalman é extremamente útil e tem bons resultados encontrados na literatura, devido a sua otimalidade e estrutura de fornecer formulações de fácil implementação e processamento em tempo real.

A estruturação do modelo na forma de espaço de estados é feita a partir de uma série temporal $\{y_t\}_{t=1}^n = \{y_1, y_2, \dots, y_t, \dots, y_n\}$ com n elementos. Tais variáveis são denominadas variáveis observáveis e representam um vetor $n \times 1$ e se relacionam com as variáveis de estado x_t por um processo de Markov gerando uma equação chamada de equação de medição ou observação:

$$y_t = A_t x_t + \varepsilon_t \quad (4)$$

com $t=1, \dots, T$, sendo A_t é uma matriz $n \times m$, ε_t um vetor serialmente não correlacionado com média zero e matriz de covariância M_t e x_t é um vetor $m \times 1$ que contém as variáveis de estados não observáveis.

Como visto na equação (4) acima, o cálculo de um estado de um sistema dinâmico linear no tempo t , x_t é calculado recursivamente partindo-se das estimativas anteriores do estado no tempo $t-1$, x_{t-1} e dos novos dados fornecidos na entrada y_t , não sendo necessário o armazenamento de todos os dados anteriores para se estimar o estado atual do sistema.

Entende-se por estado de um sistema um vetor coluna $m \times 1$ contendo variáveis que são de interesse do analista. Para isso, usa-se o filtro de Kalman, muitas vezes, combinado com redes neurais, onde estas variáveis descritas como de interesse do analista são dadas pelos pesos da rede neural, com objetivo de encontrar as melhores estimativas para estas variáveis.

Dessa forma, pode-se então descrever as equações aplicáveis ao filtro de Kalman:

- ganho de Kalman

$$K_t = \frac{P_{t|t-1} A_t^T}{A_t P_{t|t-1} A_t^T + V_t} \quad (5)$$

- equação de atualização

$$\hat{x}_{t|t} = \hat{x}_{t|t-1} + K_t [y_t - A_t \hat{x}_{t|t-1}] \quad (6)$$

$$P_{t|t} = P_{t|t-1} - K_t A_t P_{t|t-1} \quad (7)$$

- equação de previsão

$$\hat{x}_{t+1|t} = B_{t+1|t} \hat{x}_{t|t} \quad (8)$$

$$P_{t+1|t} = B_{t+1|t} P_{t|t} B_{t+1|t}^T + Q_t \quad (9)$$

Assim, as equações do filtro de Kalman se mantêm interligadas através das estimativas do vetor de estado \hat{x} e pela matriz de correlação estado do erro P_t . As equações de atualização fazem a correção dos y_t para cada passo t , enquanto que as equações de previsão realizam a estimativa futura para o instante $t+1$, um passo a frente, antes da próxima medida seja tornada disponível no sistema. Tal processo é repetido recursivamente até a convergência do estado.

Por conseguinte, se \hat{x}_t é dado como o estado atual do sistema, então $\hat{x}_{t|t-1}$ refere-se a estimativa do estado para o passo t dado o conhecimento das variáveis no passo anterior $t-1$, enquanto que $\hat{x}_{t+1|t}$ refere-se a estimativa do estado no instante $t+1$ dadas as informações no instante anterior t .

A descrição do filtro de Kalman está apoiada no constructo de que tanto os ruídos das equações de medição e de transição seguem uma distribuição normal. Em outras palavras estatísticas, bastaria dizer que os dois primeiros momentos são suficientes para descrever os estados do sistema, sendo $\hat{x}_t = E[x_t]$ e $P_t = E[(x_t - \hat{x}_t)(x_t - \hat{x}_t)^T]$. O estimador é muitas vezes dito ótimo por minimizar a variância do erro.

Esse princípio de iteração, descrito acima, é o coração do filtro de Kalman, onde cada nova observação, em um dado instante de tempo, é tornada disponível pelo sistema, tanto o vetor do espaço do estado como a matriz de covariância dos estados são atualizadas.

Destaca-se que o uso combinado de filtros é uma das principais contribuições deste trabalho no sentido de se verificar a contribuição que este uso combinado tem para reduzir as medidas de qualidade das previsões para séries temporais financeiras.

No que diz respeito aos modelos combinados de previsão, também chamados modelos híbridos, Souza (2008, p. 4) estudou tais modelos de previsão de séries temporais de curto, médio e longo prazo, confrontando modelos lineares e não lineares. Por modelos não lineares híbridos, considerou o uso de redes neurais com função de base radial – RNs-RBF, com treinamento baseado no filtro de Kalman estendido, ou seja, na fase de treinamento, usou os dados filtrados pelo algoritmo de Kalman. Para os modelos lineares, considerou o modelo de Box, Jenkins e Reinsel (1994, p. 33).

Na mesma linha de uso das redes neurais para previsão, Oliveira (2007, p. 8) mostrou melhor desempenho para realizar previsões comparando modelos ARIMA-GARCH, redes neurais *feedforward* e redes neurais treinada com algoritmo de Kalman e aplicou a ações dos setores financeiro, alimentos, indústria e serviços.

Abrindo parênteses para explorar um pouco mais este trabalho sobre as séries analisadas e uso combinado do filtro de Kalman com redes neurais, o autor faz, a exemplo também de Sabino e Bressan (2009, p. 9), todo o tratamento estatístico detalhado dos testes aplicados bem como descreve suas hipóteses para análise das séries financeiras estudadas. Os resultados apontaram que em todas as séries, os testes estatísticos aplicados (raiz unitária, normalidade pelo Jarque Bera e BDS para detectar presença de não lineariedade) mostraram o caminho para se usar os modelos ARIMA-GARCH e redes neurais. Utilizou critérios de análise das previsões como o coeficiente de Theil e a raiz do erro quadrático médio, além de construir intervalos de previsão para as previsões como fez Lima (2004, p. 164).

Singhall e Wu(1989, p. 1188) talvez tenham sido os primeiros a demonstrar a melhora do desempenho de uma rede neural supervisionada que utilizou o filtro de Kalman estendido. Estes autores demonstraram que o seu algoritmo, embora de grande esforço computacional, convergia com menos iterações do que os tradicionais métodos de retroprogação. Após este trabalho, diversos outros autores fizeram simplificações e melhorias no algoritmo e diversificaram o seu uso em problemas ligados à área de engenharia, saúde e transporte como os artigos de Shah e Palmieri (1990, p. 42) Williams (1992, p. 244) e Puskorus e Feldcamp, (1994, p. 288), no Brasil também muito utilizado em pesquisas recentes como em Oliveira (2007, p. 80) e Pereira (2009, p. 103).

Em relação ao uso dos filtros de Kalman e de *wavelets* para o processo de filtragem Postalcioglu, Erikan e Bolat (2005, p. 951) afirmam que o filtro de Kalman remove distúrbios ou falhas de uma série de tempo (ou um sinal), usando a inicialização e transmissão das estatísticas de covariância de erro. Comentam ainda que a aplicação do filtro de Kalman se torna impraticável em modelos de grande escala, como demonstrou para o sistema oscilador. A alternativa para esse tipo de sistema é o filtro de *wavelet*. Em sua pesquisa usou a *wavelet* de *Coiflet 2*, com 9 níveis de decomposição e mostrou que a resposta do filtro *wavelet* é melhor quando comparado com o resultado do filtro de Kalman no que se refere a filtragem da supressão do ruído chamada *denoising*. Embora o autor não tenha feito este trabalho com intuito de previsão de dados, fica claro o uso da melhora que as técnicas podem trazer no caso de supressão de ruído de séries temporais.

Tak (1995, p. 43) realizou previsões de curto prazo para o *Standard and Poor's 500* (S&P 500), com dados diários da série temporal financeira no período compreendido entre maio de 1980 a dezembro de 1990, baseado na teoria de segregação da série temporal decomposta por *wavelets*. O autor adotou dois subníveis para aplicação da transformada de *wavelet*, e comparou as previsões dos modelos ARIMA de redes neurais *feedforward*. Buscou atestar se a decomposição via *wavelets* traria ou não melhora na qualidade das previsões comparativamente com os modelos tradicionais sem decomposição.

Ma, Wong e Sankar (2004, p. 5824) também realizaram previsões com modelos ARIMA-GARCH e usaram decomposição de *wavelets* para o S&P100 e obtiveram redução dos erros para previsão em 3% com uso de *wavelets* primárias de Haar. Os resultados de Tak (1995, p. 44) foram relativamente piores com a utilização das *wavelets* de Morlet's e chapéu mexicano e comprovou que a filtragem por *wavelets* reduziu o MAPE em apenas 9%.

No Brasil, destacam-se os trabalhos de previsão de séries temporais de Chiann (1997, p. 32), Homsy, Portugal e Araújo (2000, p. 10), Zandonade e Morettin (2003, p. 205), Lima (2004, p. 133), e Rocha (2008, p. 120) que utilizaram a decomposição de *wavelets* com objetivo de melhora na qualidade do tratamento das séries temporais. Dos autores citados acima, Chiann (1997, p. 31) e Homsy, Portugal e Araujo (2000, p. 10), trabalharam com análise de *wavelets* em séries temporais não financeiras.

Lima (2004, p. 133) aplicou um método de decomposição de *wavelets* para o comportamento do Ibovespa em conjunto com modelos ARIMA GARCH e redes neurais recorrentes e conseguiu uma redução do erro de 3% para previsões de 21 passos a frente com destaque para as redes neurais e formas de onda de Deubechies número 1.

Na mesma linha, Rocha (2008, p. 121) citando Lima (2004, p.155), conseguiu bons resultados combinando modelos de previsão de suavização exponencial e modelo ARIMA reduzindo o erro em 7,08% medido pelo MAPE. Utilizou a função de onda de Daubechies 2.

Nos diversos trabalhos analisados, nota-se que o uso de filtros se mostrou de grande aplicação interdisciplinar, o que em parte explica a forte presença das *wavelets* nos trabalhos pesquisados nos últimos anos. Estas assertivas enriquecem a relevância da adoção de tais ferramentas de filtros à previsão de séries financeiras aplicadas ao mercado brasileiro. Também corroboram para a idéia de que se pretende obter uma melhora na qualidade das

previsões, provendo o investidor de dados para que possa tomar sua decisão e posicionamento no mercado futuro.

3. METODOLOGIA

Segundo Beuren (2006, p. 80), esta pesquisa pode ser classificada como exploratória, descritiva, bibliográfica e quantitativa de acordo com as abordagens descritas. Quanto aos seus objetivos, é uma pesquisa exploratória e descritiva. É exploratória porque segundo a autora procura desenvolver uma visão geral dos grandes temas discutidos no trabalho, de modo a tornar clara a formulação de suas hipóteses de pesquisa. É também descritiva porque busca descrever as principais características presentes numa série temporal como agrupamento de volatilidade, medidas estatísticas do comportamento da normalidade e não linearidade que permitam construir e descrever o modelo que rege o seu comportamento.

Do ponto de vista dos procedimentos adotados para checagem do construto da pesquisa, fez-se necessário uma pesquisa bibliográfica para dar suporte teórico e visualização do estado da pesquisa que combina uso de filtros de volatilidade e modelos que permitem melhor adequação a séries de tempo com características próprias como é o caso das séries financeiras.

Para consecução da pesquisa, optou-se por uso de softwares onde cada um teve o seu devido papel. O uso de mais de um software fez-se necessário por não existir ainda na comunidade acadêmica um software que enquadre todas as etapas descritas nesta pesquisa.

Inicialmente, forma-se a série dos log retornos e analisa-se as estatísticas descritivas, buscando verificar os fatos estilizados na série temporal financeira como assimetria, curtose, agrupamento de *clusters* de volatilidade, normalidade etc.

Aplica-se então o teste de normalidade e testa-se a estacionariedade da série, uma vez que os dados devem apresentar esta característica. Caso esta hipótese seja violada, aplicam-se diferenças sucessivas na série temporal para torná-la estacionária e aplica-se novamente o teste até que o mesmo seja verificado.

A partir da série estacionária, verifica-se a presença de autocorrelação serial nos dados, aplicando o teste de independência BDS. Se independente, a série temporal pode representar um comportamento de passeio aleatório ou caótico. Estes passos não serão verificados por não ser objeto desta pesquisa.

Obtido o comportamento dependente da série temporal, verifica-se o tipo de dependência, se linear ou não linear através do teste de McLeod-Li. Se a série apresentar comportamento linear, poderão ser extraídos modelos lineares. Caso contrário, tem-se que detectar qual o nível de não linearidade (média, variância ou total) situação em que os melhores modelos são os de redes neurais.

O próximo passo é realizar as previsões com modelos ARIMA-GARCH e com redes neurais recorrentes para a série dos log retornos puros, ou seja, sem nenhum processo de filtragem nos dados. No caso das redes neurais, utilizaram-se as redes recorrentes proposta por Williams e Zipser (1989). Em se tratando dos dados inseridos na rede neural recorrente, foi utilizado o processo de normalização proposto por Azoff (1994).

A partir das séries de log retornos, aplica-se o filtro de Kalman estendido, uma vez que já foi verificada a presença de não linearidade da série, deve-se fazer as previsões chegando-se a série abaixo:

$$\{R_t\}_{t=1}^{n+t} = \left\{ R_1, R_2, \dots, R_t, \dots, R_n, \underbrace{EKFR_{n+1}, EKFR_{n+2}, \dots, EKFR_{n+t}}_{\text{previsões}} \right\} \quad (10)$$

Para realizar este tipo de previsão, adota-se primeiramente a aplicação do filtro de Kalman sobre a série dos dados. Posteriormente, aplica-se sobre a série filtrada por Kalman, o filtro de *wavelets*.

Após a aplicação da decomposição pela transformada de *wavelets*, realiza-se a previsão utilizando-se as redes neurais recorrentes. Nesta etapa, assim como na previsão feita somente com as redes neurais, deve-se escolher a forma de onda. Nesta pesquisa, considerou-se ainda a aplicação reversa, ou seja, decompôs-se primeiro usando o filtro de *wavelets* e posteriormente o de Kalman.

As estatísticas de acurácia das previsões são calculadas conforme Gooijer e Hyndman (2006, p. 457) que levantaram as principais medidas de erros nos trabalhos de previsão de séries temporais. Como se tem uma série temporal com n períodos de tempo, logo ter-se-á n termos de erro, e então se pode calcular para esta pesquisa o MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*), o coeficiente de correlação linear de Pearson e o TIC – Coeficiente de Desigualdade de Theil (*Theil Inequality Coefficient*). Este coeficiente sempre estará entre zero e um, sendo que zero indica um ajuste perfeito.

Aplicou-se a análise descrita anteriormente na série do IBOVESPA, considerando o período a partir 03/01/2000 quando representava 16.930 pontos, até 30/12/2009, quando apresentou 68.588 pontos. Nesse período, a valorização foi de 305,13%. As cotações foram registradas pelo valor de fechamento no período diário num total de 2477 observações.

A figura 1 destaca o gráfico do IBOVESPA com suas cotações de fechamento e alguns destaques de fatos mundialmente relevantes que tiveram de alguma forma influência no comportamento na volatilidade do índice. Como se nota, a série do IBOVESPA é fortemente volátil e constantemente, sofre a influência de variáveis exógenas como crises, informações político-econômicas, e mesmo informações não-confirmadas (boatos), ou seja, situações que não estão ligadas diretamente à estrutura do mercado, mas que influenciam a oscilação de seus retornos. A figura a seguir destaca os log retornos.

Observa-se que os retornos diários oscilam ao redor de zero apresentando uma variabilidade que depende do tempo, chamada volatilidade, com períodos de alta e de baixa variabilidade e dias em que o retorno é um valor anormal, chamado *outlier*. Além disso, nota-se diversos *clusters* de volatilidade que acontecem devido as incertezas do mercado provocadas por fenômenos econômicos e sociais como os destacados na figura 1.

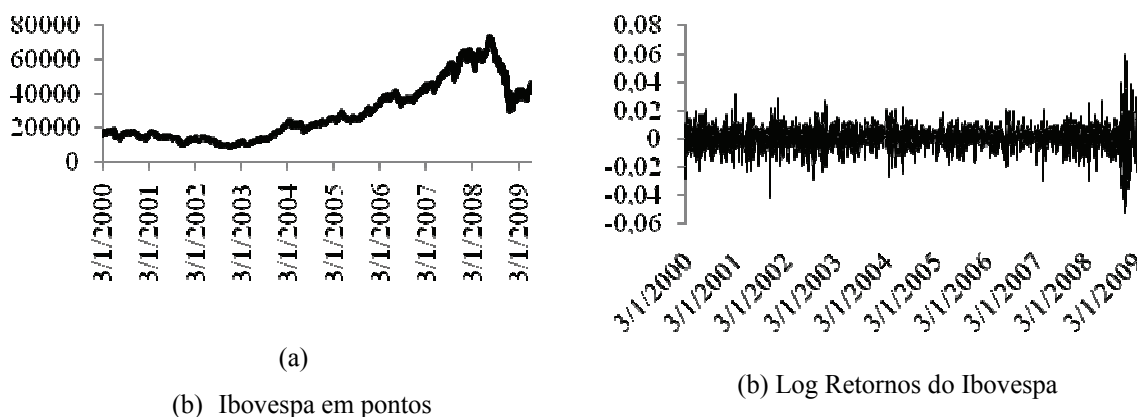


Figura 1: Série temporal nominal do IBOVESPA diário e dos log retornos
Fonte: BM&FBOVESPA, Sistema Enfoque

A estatística de teste indica o valor de $JB = 1241,254$ com p-valor igual a zero. O nível de confiança adotado foi de 95%, indicando a rejeição da hipótese nula que revela que a série

não segue uma distribuição normal. Ressalta-se que a mesma hipótese também seria rejeitada a ao nível de significância de 1%.

O teste ADF apresentado indica que o p-valor é inferior a 5%, logo, a série dos log retornos do IBOVESPA é estacionária. O teste BDS indicou que, em todas as dimensões, os log retornos do IBOVESPA não seguem um comportamento independente e identicamente distribuído.

O teste de McLeod-Li, para 5 defasagens, rejeitou a hipótese nula pelo fato do p-valor ser inferior a 5%. Isto indica que a série temporal dos log retornos do IBOVESPA possui comportamento não-linear. A série dos log retornos ao quadrado apresenta forte autocorrelação, o que dá indícios de que o modelo auto-regressivo de heterocedasticidade condicional generalizada pode ser utilizado para a melhor modelagem da série.

Para se realizar as previsões estática com 4 passos a frente, estimou-se inicialmente um modelo de volatilidade condicional ARIMA-GARCH. O modelo estimado de acordo com as análises das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial foi um modelo AR(1)-GARCH(1,1). A seleção da ordem p, q do modelo foi feita minimizando os critérios de informação do AIC (*Akaike Information Criteria*).

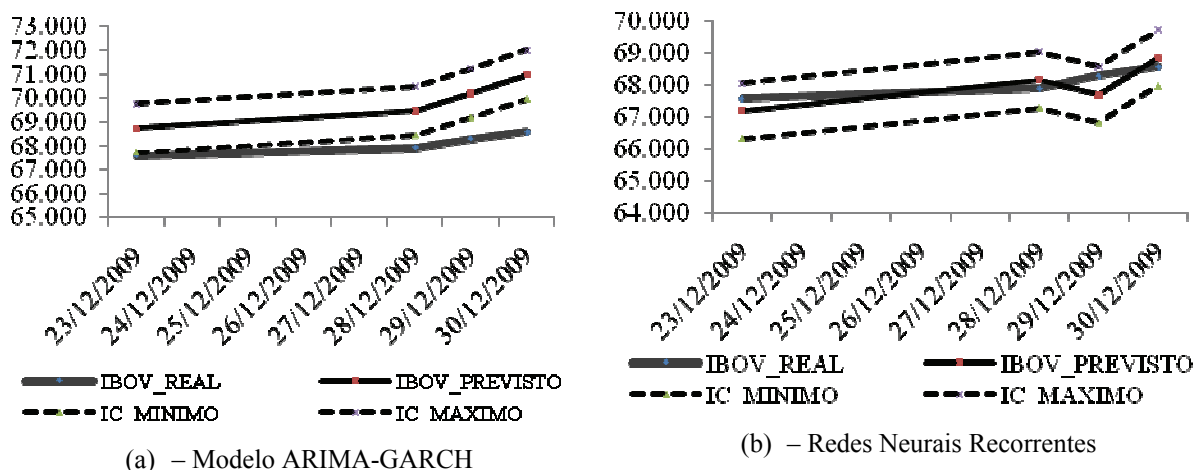


Figura 2: Gráfico do IBOVESPA real e previsto 4 passos a frente com previsão estática para o modelo ARIMA-GARCH e para as Redes Neurais Recorrentes

Cabe aqui ressaltar que na Figura 2, embora apareçam oito datas, a previsão foi de quatro passos a frente. Manteve-se a data dos valores previstos apenas por uma questão de didática, uma vez que houve feriados e pontes de períodos sem pregão entre as datas de 24/12/2009 e 27/12/2009, voltando a ter pregão em 28/12/2009.

Os indicadores de análise de previsão são dados na tabela 1.

Tabela 1 : Estatísticas de acurácia dos modelos ARIMA-GARCH e redes neurais recorrentes para o IBOVESPA

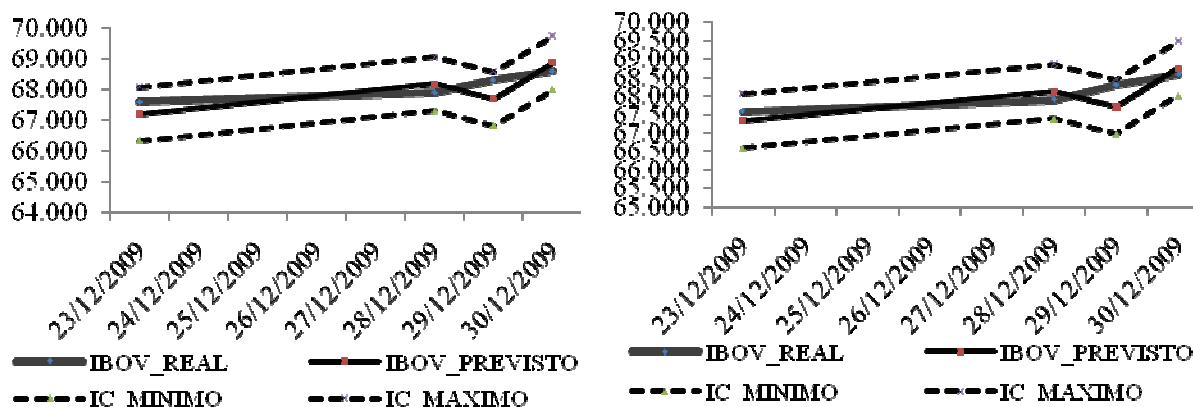
Estatísticas de acurácia do modelo preditivo	AR(1)-GARCH(1,1)	REDES RECORR
TIC	0,013089	0,005389
MAPE	2,56%	0,84%
Correlação	0,227729	0,544006

Observa-se que a correlação entre os valores reais e previstos ocorre pelo movimento de tendência verificado na série real e na série prevista. O valor do TIC mostra um bom ajuste, mas um erro relativamente alto.

Devido à baixa eficácia do modelo da família GARCH, usou-se também os modelos não paramétricos de redes neurais. As redes neurais representam uma saída quando não se consegue criar modelos adequados à realidade dos dados. Essa dificuldade é encontrada nas séries temporais financeiras devido à mudança contínua na volatilidade para curtos períodos de tempo. Foi utilizada aqui uma rede neural recorrente onde existe uma conexão de realimentação da rede entre os processadores em uma mesma camada e também em camadas diferentes.

O ajuste da rede neural teve duas fases: a primeira é a fase de treinamento onde foram usados 2300 valores dos 2477 disponíveis, o que corresponde 92,85% dos dados. A segunda fase é o desempenho da rede, onde foram utilizados os demais dados para testes, para posterior utilização da rede. A rede contou com um neurônio na camada de entrada, quatro neurônios na camada intermediária e um na camada de saída. A função de ativação utilizada foi a função logística com 200 épocas de treinamento.

Pode-se observar que a qualidade do ajuste e das previsões melhora sensivelmente com uso das redes neurais recorrentes. O intervalo de confiança compreende quase todos os valores reais. Apenas um valor ficou de fora. Posteriormente, acredita-se que o uso combinado das redes neurais com filtros de previsão, tenderiam a melhorar, uma vez que os filtros teriam a capacidade de diluir a turbulência dos retornos.



(a) Previsão com Redes Recorrentes e com *wavelets*

(b) Previsão com o Filtro de Kalman

Figura 3: Gráfico do IBOVESPA real e previsto 4 passos a frente com previsão estática para Redes Neurais Recorrentes com filtro de *wavelets*

O primeiro filtro aplicado foi de *wavelets*, como já estudado em Lima (2004). Os resultados podem ser vistos na figura 3. A forma de onda escolhida foi a *wavelet* de “daubesch” número 1, por ser uma *wavelet* primária. O segundo filtro foi o de Kalman.

Os resultados apontam para uma melhora na qualidade dos valores previstos e consequente melhora dos indicadores de previsão como pode ser visto na tabela 2.

Tabela 2 : Estatísticas de acurácia com uso de redes neurais recorrentes para o IBOVESPA com filtro de *wavelets* e para o filtro de Kalman

Estatísticas de acurácia do modelo preditivo	Redes Neurais com <i>Wavelets</i>	Filtro de Kalman
TIC	0,004417	0,005505
MAPE	0,83%	0,86%
Correlação	0,705138	0,598134

Nota-se que o ajuste das previsões foi melhor, comprovado pelo TIC menor. O erro médio das previsões foi reduzido em 0,01% e a correlação entre os valores previstos e reais aumentou significativamente.

Dessa forma, o processo de uso do filtro de *wavelets* colaborou para a redução do erro nas previsões. Outro processo de decomposição da série temporal para uso de previsão é através dos modelos estruturais. O modelo aplicado aqui é o de espaços de estados cujo avanço se deu a partir da obra Harvey (2001), onde sua teoria foi descrita.

Os modelos apresentados supõem que os movimentos característicos suportam ser decompostos em parcelas não-observáveis, como por exemplo, tendência, sazonalidade, parte cíclica e parte aleatória (erro). A contribuição deste processo é que cada componente poderá ser interpretado diretamente, devido à forma como o modelo é estimado.

A ferramenta para estimação e previsão por modelos estruturais utilizada é o filtro de Kalman, que estima equações de previsão e de atualização das posições em cada instante de tempo.

Vale ressaltar que, segundo Harvey (2001, p. 231), as variáveis não representam necessariamente medidas de quantidades físicas, além de não serem únicas. Como as variáveis de estado estimadas são independentes, não podem ser expressas como funções algébricas de outras variáveis de estado.

Pode-se observar que o ajuste das previsões pelo filtro de Kalman não foram superiores às obtidas com uso de redes neurais e *wavelets*. O erro das previsões aumentou e a correlação com os valores reais diminuiu, no entanto mostrou-se mais eficiente que o uso isolado de redes neurais.

O uso separado dos filtros de Kalman e *wavelets* mostrou que o modelo de *wavelets* com uso de redes neurais recorrentes apresentou melhor ajuste e melhor qualidade entre as previsões estáticas, embora se ressalte que o filtro de Kalman foi mais eficiente que os modelos econométricos da família GARCH.

Agora, tem-se a seguinte questão: o que aconteceria se fossem combinadas as técnicas de filtragem? Ou seja, utilizar-se o filtro de Kalman e sobre este filtro usar as *wavelets* para realizar as previsões com redes neurais recorrentes, uma vez que as redes melhoram o ajuste não linear dos dados. Ou também, se a ação reversa traria melhores resultados. A resposta com os resultados dessa combinação são apresentados a seguir.

A tabela 3 ilustra a aplicação combinada das previsões estáticas com 4 passos a frente, utilizando-se primeiro o algoritmo de Kalman e sobre ele foi aplicado o filtro de *wavelets* com decomposição em um nível e posteriormente feito ao contrário, *wavelets* primeiro e Kalman depois.

Tabela 3: Estatísticas de acurácia combinando redes neurais recorrentes com filtro de Kalman inicialmente e *wavelets* a seguir para os dados do IBOVESPA

Estatísticas de acurácia do modelo preditivo	Kalman – <i>wavelets</i>	<i>Wavelets</i> – Kalman
TIC	0,004546	0,005321
MAPE	0,72%	0,93%
Correlação	0,671659	0,563688

O ajuste foi o melhor obtido, bem como a estatística de erro das previsões. A correlação é estatisticamente mais eficiente de todos os modelos verificados até aqui. O reverso da técnica combinada do uso de filtros não melhora a qualidade e ajuste das previsões como demonstram as estatísticas.

Resumindo todo o processo de análise, pode-se notar que o uso combinado das técnicas de filtragem trouxe relativo benefício no ajuste das previsões e na qualidade das

mesmas. A tabela a seguir resume todas as medidas, lembrando que volatilidade do IBOVESPA de 21 dias foi de 12,71%.

Tabela 4: Resumo das estatísticas de previsão para o IBOVESPA

Medida	ARIMA GARCH	RN- RECORR	RN- REC_WAV	Filtro Kalman	FK_WAV	WAV_FK
TIC	0,013089	0,005389	0,004417	0,005505	0,004546	0,005321
MAPE	2,56%	0,84%	0,83%	0,86%	0,72%	0,93%
CORREL	0,227729	0,54406	0,705138	0,598134	0,671659	0,563688

O gráfico das previsões é apresentado a seguir:

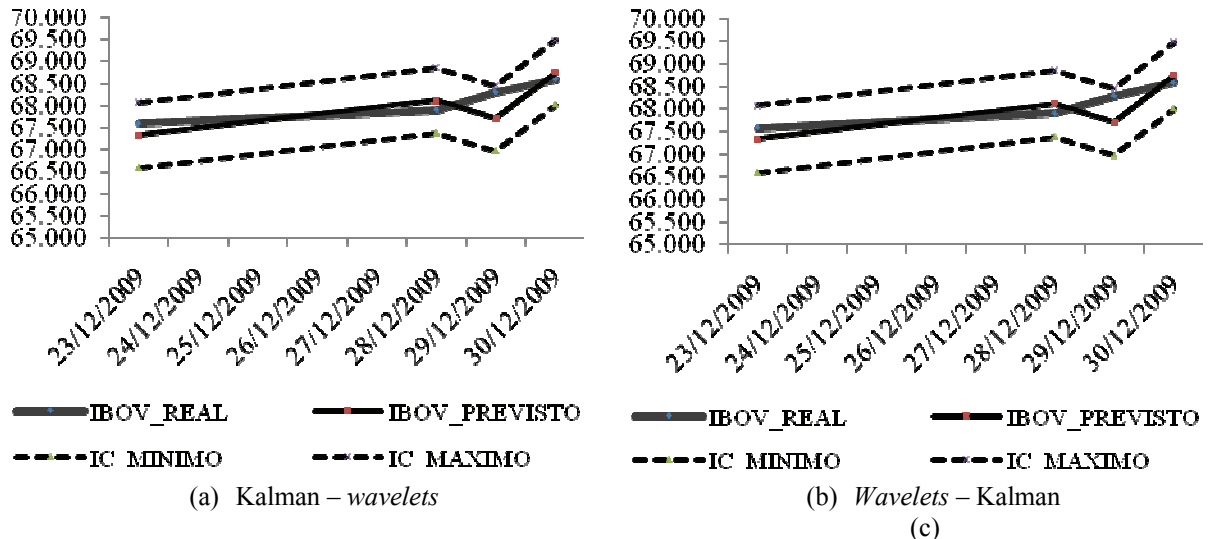


Figura 4: Gráfico do IBOVESPA real e previsto 4 passos a frente com previsão estática pelo uso de redes neurais recorrentes com filtro de Kalman.

CONCLUSÃO

Resultados com o uso de um único filtro já se encontravam presentes na literatura que discute ganhos de eficiência na redução dos erros. Considerando a questão central desta pesquisa, encontrou-se suporte na literatura que já vinha apontando para a necessidade de melhoria nos filtros de volatilidade em conjunto com as técnicas já desenvolvidas e testadas.

O *background* levantado apontou para a existência de dois principais filtros: *wavelets* e Kalman. Tais filtros foram aplicados em diversas séries com os mais distintos objetivos, desde testes em imagens gráficas até mesmo previsão de dados como correntes marítimas, fluxo de veículos e também na construção de modelos de previsão de séries temporais. A principal conclusão dos trabalhos revisados foi a de que o uso dos filtros contribuía para o ajuste e melhoria nos resultados pretendidos.

Quanto aos principais resultados, chegou-se a verificar que realmente o uso das técnicas de filtragem consegue reduzir o erro das previsões apenas na série do IBOVESPA, a qual apresentou uma alta volatilidade no período.

No caso, foram as *wavelets* que conseguiram reduzir o erro com uso de redes neurais recorrentes. Os resultados verificados, nesta primeira fase têm suporte na literatura existente e revisada nesta pesquisa. Dessa forma, cumpriu-se também o primeiro dos objetivos específicos a que se estabeleceu.

Nestas condições, os modelos de previsão de séries temporais com filtros de volatilidade sofrem influência da qualidade dos dados usados para previsão. Um dos elementos-chaves neste processo pode ter sido a forte influência das crises econômicas no período considerado, conforme destacado para o IBOVESPA. Tais janelas de estudos podem ser incorporadas no intuito de revelar se para séries com comportamentos mais refinados, ou

que não sofreram pressão de variáveis macroeconômicas, esse comportamento estaria presente, bem como a influência das formas de *wavelets*.

Finalmente, acredita-se, de forma bem positiva que o caminho a ser seguido pelos modelos quantitativos de previsão seja mesmo o uso combinados de técnicas de modelagem, redução de ruídos, segmentação de dados, para que juntos, possam, cada um deles, dar sua contribuição para o sentido preditivo em um mercado financeiro tão volátil e incerto. Assim, o conhecimento das peculiaridades dos modelos e das técnicas permitirá que as pesquisas avancem. Finalizando, este trabalho espera ter contribuído para o descortínio de um vasto campo a ser seguido e refinado em novas pesquisas na área dos métodos quantitativos aplicados a finanças.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aiube, F. A. L. (2005) *Modelagem dos preços futuros de commodities: abordagem pelo filtro de partículas*. Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- Aminghafari, M. (2007) Forecasting time series using wavelets. *International Journal of Wavelets Multiresolution and Information Processing*. 5(5), 709-724.
- Azoff, E. M. (1994) *Neural network time series forecasting of financial markets*. John Wiley & Sons.
- Ariño, M. A. (1995) Time series forecasts with *wavelet*: an application to car sales in the spanish market. *Discussion Paper 95-30*, ISDS, Duke University.
- Beuren, I. K. (2006) *Como elaborar trabalhos monográficos em contabilidade*. 3 ed. São Paulo: Atlas, 195.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M. & Reinsel, G. C. (1994) *Time series analysis: forecasting and control*. 3. ed. New York : Prentice Hall.
- Corsini, F. P. & Ribeiro, C. O. (2008) *Dinâmica e previsão de preços de commodities agrícolas com o filtro de Kalman*. Anais, XXVIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção. Rio de Janeiro, 13.
- Donoho, D. L. & Tohnstone, I. M., (1994) Ideal spatial adaptation by *wavelets* shrinkage. *Biometrika*, 81(3), 425 – 55.
- Enders, W. (2004) *Applied econometric time series* 2. ed. John Wiley & Sons.
- Gençay, R.; Selçuk, F. & Whitcher, B. (2002) *An introduction to wavelets and other filtering methods in finance and economics*. New York: Academic Press.
- Gooijer, J. G. & Hundman, R. J. (2006) 25 years of time series forecasting. *International Journal of Forecasting*. 22, 443-473.
- Granger, C. W. J. (1992) Forecasting stock market prices: lessons for forecasters. *International Journal of Forecasting*. 8, 3-13.
- Grewal, M. S. & Andrews, A. P. (2008) *Kalman Filtering: theory and practice using matlab*. 3. ed. John Wiley & Sons, 575.
- Harvey, A. C. (2001) *Forecasting, structural time series models and Kalman filter*. Cambridge University Press, 554.
- Haykin, S. (2001) *Redes neurais: princípios e prática*. 2. ed. Porto Alegre: Bookman.
- Homsy, G. V.; Portugal, M. S. & Araújo, J. P., (2000) Ondas e previsões de séries de tempo: uma análise empírica. *XXII Encontro Brasileiro de Econometria*. Campinas, 28.
- Kalman, R. E. (1960) A new approach to linear filtering and prediction problems. *Trans ASME J. Basic Eng.*, 82, 35-45.
- Lima, F. G. (2004) *Um método de análise e previsão de sucessões cronológicas unidimensionais lineares e não-lineares*. Faculdade de Economia, Administração e

- Contabilidade. São Paulo. Tese Doutorado em Administração. Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- Ma, I., Wong, T. & Sankar, T. (2004) Forecasting the volatility of a financial index by wavelet transform and evolutionary algorithm. *IEEE International Conference on Systems, Man & Cybernetics*. 5824-5829.
- Misiti, M. et al. (1997) *Wavelet toolbox: for use with Matlab*. The Math Works, Inc. Disponível em: <<http://www.mathworks.com>> . Acesso em: 14 ago. 2003.
- Misiti, M. (2007) *Wavelets and their applications*. John Wiley, 330.
- Morettin, P. A. (2008) *Econometria Financeira*. São Paulo: Edgard Blucher.
- Morettin, P. A. & Toloi, C. M. de C. (2004) *Análise de séries temporais*. São Paulo: Edgard Blucher.
- Oliveira, M. A. de. (2007) *Aplicação de redes neurais na análise de séries temporais econômico financeiras*. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. São Paulo, Tese Doutorado em Administração. Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- Oliveira, M. A. de. (2003) *Previsão de sucessões cronológicas econômico-financeiras por meio de redes neurais artificiais recorrentes de tempo real e de processos ARMA-GARCH: um estudo comparativo quanto à eficiência de previsão*. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. São Paulo, Dissertação Mestrado em Administração. Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- Polikar, R. (1999) *The wavelet tutorial*. Disponível em: < <http://users.rowan.edu/~polikar/WAVELETS/WTtutorial.html> >. Acesso em 10 de jan. 2010.
- Postalcioğlu, S., Erkan, K. & Bolat, E. D. (2005) .Comparison of Kalman filter and wavelets filter for denoising. *IEEE*, 3, 951-953.
- Rocha, V. B. (2008) *Uma abordagem de wavelets aplicada a combinação de previsões: uma análise teórica e experimental*. Dissertação Mestrado em Ciências. Universidade Federal do Paraná, Paraná, Brasil
- Sabino, P. A. A. & Bressan, A. A. (2009) *Avaliação do Desempenho Preditivo de Modelos Para A Volatilidade: Um Estudo Para O Mercado Acionário Brasileiro Entre 2000 e 2009*. In: XII SEMEAD, São Paulo. Anais do XII SEMEAD. São Paulo : USP.
- Shah, S. & Palmieri, F. (1990) A fast, local algorithm for training feedforward neural networks, *Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks*. San Diego, CA, 3,41-46,
- Singhal, S. & Wu, L. (1989) Training feed-forward networks with extended Kalman filter. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1187-1190.
- Souza, R. C. *Previsão de séries temporais utilizando rede neural treinada por filtro de kalman e evolução diferencial*. Dissertação Mestrado em Engenharia de Produção. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Paraná, Brasil, 85.
- Tak, B. (1995) *A new method for forecasting stock prices using artificial neural network and ondaleta theory*. Tese Doutorado em Economia. Universidade de Pensilvânia, Estados Unidos.
- Ukil, A. & Zivanovic, R. (2001) Adjusted Haar wavelet for application in the power systems disturbance analysis. *Digital Signal Processing*. 18, 103-115.
- Williams, R. J. (1992) Training recurrent networks using the extended Kalman filter. *Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks*. Baltimore, 4, 241-247.
- Williams, R. J. & Zipser, D. (1989) A learning algorithm for continually running fully recurrent neural networks. *Neural Computation*, 1, 270-280.
- Zandonade, E & Morettin, P. A. (2003) *Wavelets in State Space Models. Applied Stochastic Models in Business and Industry*, Belgica, 15, 199-219.